20 ideen 25 folgen

Felix Huber (Luzern) , 25. Oktolus-Mathematik-Symposium 25. V 25

1. phänovenal

- Kopfrechnen: Was gibt $(20+25)^2$?

- Gibt es analoge Beispiele ?
- Welche besonders attraktive Liaison besteht zwischen 2025 und 9 ?

✓ $$(20+25)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 25 + 25^2 = 2025$$

✓ $$(8+1)^2 = 81 \quad ; \quad (10+0)^2 = 100 \quad ; \quad (30+25)^2 = 3025$$

A380428 [1]

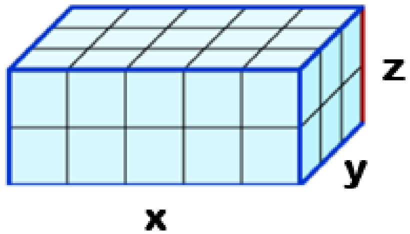
$$\left(\sum_{n=1}^{9} n\right)^2 = \sum_{n=1}^{9} n^3 = (20+25)^2 = 2025$$

✓ $$2+0+2+5 = 9 \quad ; \quad \text{kgV}(1,2,3,4,5,6,7,8,9) = 2520$$

2. quaderförmig

Welche gemeinsame Eigenschaft

haben diese 25 Quader ?



[1 , 1 , 937] , [1 , 3 , 468] , [1 , 6 , 267] , [1 , 13 , 133] , [1 , 27 , 66] , [3 , 3 , 311]
[3 , 9 , 154] , [4 , 27 , 57] , [5 , 5 , 185] , [5 , 14 , 95] , [5 , 15 , 90] , [5 , 20 , 71]
[5 , 33 , 45] , [6 , 7 , 141] , [6 , 15 , 85] , [6 , 33 , 43] , [7 , 19 , 67] , [7 , 30 , 45]
[10 , 15 , 69] , [13 , 15 , 60] , [15 , 15 , 55] , [15 , 20 , 45] , [15 , 27 , 35] , [19 , 24 , 33]
[25 , 25 , 25]

Sämtliche 25 Quader – und nur diese Quader – haben den gleichen Oberflächen-Inhalt (3‘750) wie ein Würfel mit der Kantenlänge 25. : a (25) = 25

A375785 - OEIS [2]

3 . pythagoreisch

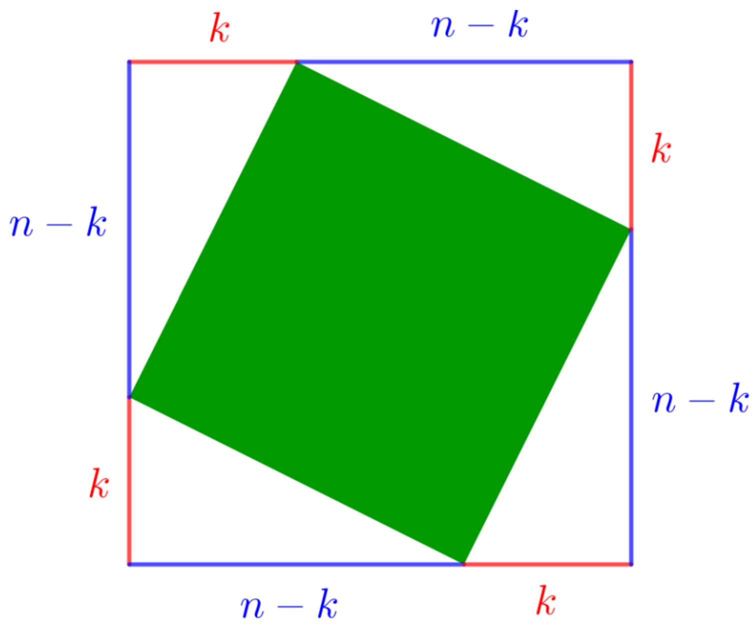
(12 , 35 , 37) ; (28 , 45 , 53) ; (48 , 55 , 73)

Inwiefern sind diese drei pythagoreischen Tripel aktuell ?

37 – 12 = 53 – 28 = 73 – 48 = 25

A379830 - OEIS [3] : a (25) = 3

4. einbeschrieben



- Für welche ganzzahlige Grössen für k und n gilt :

  $k + n = 2 \cdot 5$; $A_{grün} = 25$

- Leite eine allgemeine Formel für A (n , k) her !

$n = 2+5$; $k = -2+5$

$A = n^2 - 2 \cdot k \cdot n + 2k^2$

A373710 - OEIS [4]

5 .   eingegittert

- Zu definieren ist die Folge a (n) !

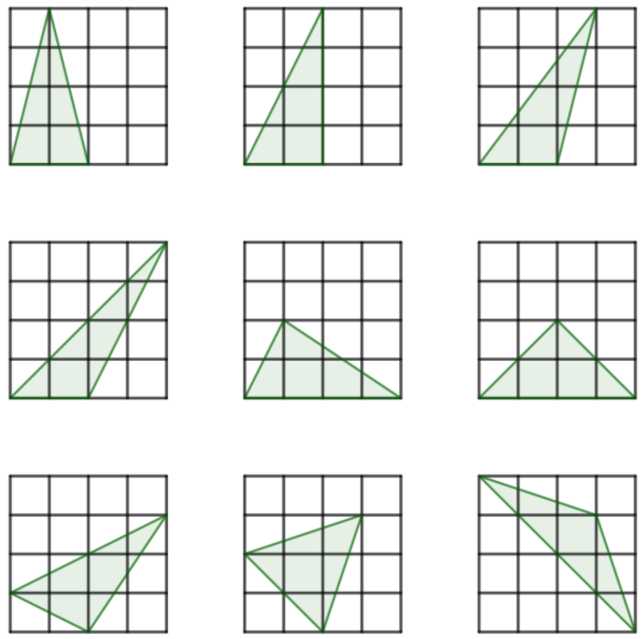
  Gemäss der Abbildung gibt es

  bei dieser Folge diese neun Dreiecke

  mit der zu entdeckenden Eigenschaft.

  Somit gilt :   a (4) = 8

- a (**?**) = **25**



A372915 - OEIS [6] : a (6) = 25

6 . natürlich

- Gesucht werden $\sqrt{25}$ natürliche Zahlen ,
  die genau vier Primfaktoren ,
  die nicht grösser als vier sind , enthalten.

- Leite die Formel a (n) für die Anzahl natürlicher Zahlen her ,
  die genau n Primfaktoren , die nicht grösser als n sind , enthalten !

  π (n) : Anzahl Primzahlen nicht grösser als n

$$a(n) = \binom{\pi(n) + n - 1}{n}$$

$2^4 = 16$; $2^3 \cdot 3 = 24$; $2^2 \cdot 3^2 = 36$; $2 \cdot 3^3 = 54$; $3^4 = 81$

Fundamentalsatz der Arithmetik (Kombination mit Zurücklegen)

A377537 - OEIS [7]

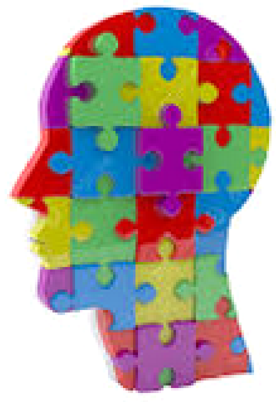
7. zusammengesetzt

Natürliche Zahlen, die mehr als zwei Teiler haben, nennt man **zusammengesetzte** Zahlen.

Beispiele Die Zahlen 4 ; 6 ; 8 ; 9 haben mehr als zwei Teiler.

- Wie viele der **zusammengesetzten** Zahlen von 1 bis **25** sind gerade (even) , wie viele ungerade (odd) ? Wie gross ist die Differenz der Anzahl ?

- Ersetze **25** durch n und kreiere eine Formel für die Differenz der Anzahl gerader und ungerader Zahlen von **zusammengesetzten** Zahlen !



gerade   4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24   [11]

✓

ungerade   9, 15, 21, 25   [4]   Delta   11 – 4 = 7

$a(n) = \pi(n) - (n \bmod 2) - 1$ A383259 - OEIS   [7]

8 . rational

Für welche kleinste natürliche Zahl k ,

die grösser als 20 ist ,

werden die Terme T_1 (k) und T_2 (k) rational ?

$$T_1(k) = \sqrt{\frac{1}{20} + \frac{1}{k}} \quad ; \quad T_2(k) = \sqrt{\frac{1}{20} - \frac{1}{k}}$$

✓

A379815 - OEIS [8]

$$a(20) = \sqrt{\frac{1}{20} + \frac{1}{25}} = \frac{3}{10}$$

A379816 - OEIS [9]

$$a(20) = \sqrt{\frac{1}{20} - \frac{1}{25}} = \frac{1}{10}$$

«Eine rationale Lösung in dieser irrationalen Welt

ist mittlerweile eine Rarität !» Peter Hammer

9 . folgenreich

Für welche kleinste natürliche Zahl k ,

die grösser als $(2-5)^2$ ist ,

existieren die natürlichen Zahlen p und q

mit folgender Eigenschaft :

$(2-5)^2$, p , k ist eine arithmetische Folge

$(2-5)^2$, q , k ist eine geometrische Folge

A379705 - OEIS [10] a (9) = 25

✓ AF : $(2-5)^2$, 17 , 25 $[d = 8]$, GF : $(2-5)^2$, ± 15 , 25 $\left[q = \pm\frac{3}{5}\right]$

10 . potenzierend

$$672 = 6^{1} \cdot 7^{1} \cdot 2^{4}$$

$$2592 = 2^{5} \cdot 5^{0} \cdot 9^{2} \cdot 2^{0}$$

Diese beiden Beispiele sprechen für sich !

Die Ziffern (6 , 7 , 2) tauchen beim Produkt als Basis auf.

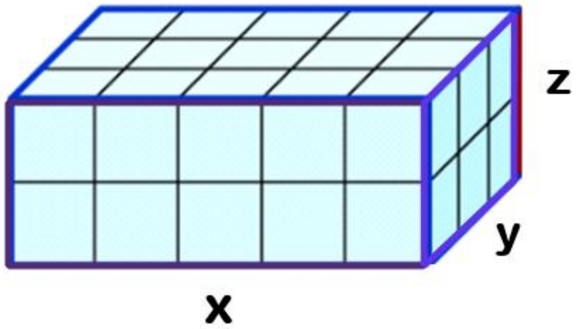
Die Exponenten sind natürliche Zahlen inklusive null.

Gesucht wird die kleinste zweistellige Zahl mit diesen beiden Eigenschaften !

✓ A359494 - OEIS [11] a (10) = 25

$25 = 2^{0} \cdot 5^{2}$ $3125 = ?$

11 . würfelnd

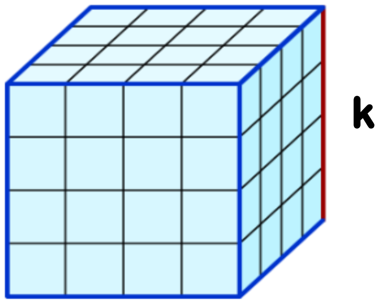


$x + y + z = 25$

Gratistipp $y + z = 2 + 5$

Dieser Quader (x y z) «zerbröckelt» in n einzelne Würfelchen mit der Kantenlänge 1.

Mit diesen n Würfelchen bilden wir einen Würfel der Kantenlänge k. $k = ?$



✓ A375580 - OEIS [12] 18 – 3 – 4 ist die einzige Variante ! $k = 6$

12 .   teilend

Beispiel   **180 hat 18 Teiler – konkret**

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 9 , 10 , 12 , 15 , 18 , 20 , 30 , 36 , 45 , 60 , 90 , 180

Die Teilersumme von 10 ist auch 18

10 + 5 + 2 + 1 = 18

Gesucht ist die Summe, die gebildet wird durch die Anzahl Teiler von 20

und demjenigen Teiler von 20, dessen Teilersumme gleich gross ist wie

die Anzahl der Teiler von 20.

✓

A381925 - OEIS   [13]   A381926 - OEIS   [14]

20 hat 6 Teiler , **5** hat die Teilersumme 6 (= 5 + 1)   **20 + 5 = 25**

13 .   abc-treffend

Bitte sehr – hier ist eine spannende ABC – Geschichte

https://de.wikipedia.org/wiki/Abc-Vermutung

Wir studieren zuerst die Aussage der ABC-Vermutung !

Gesucht ist die kleinste Hypotenuse c eines pythagoreischen

Zahlentripels (a , b , c) für das (a^2 , b^2 , c^2) ein ABC-Treffer ist.

A366428 - OEIS [15]   a (1) = 25   (7^2 , 24^2 , 25^2) ist ein ABC-Treffer !

✓   ggT (7^2 , 24^2 , 25^2) = 1

$$\mathrm{rad}\left(7^2 \cdot 24^2 \cdot 25^2\right) = \mathrm{rad}\left(7^2 \cdot 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^4\right) = 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 210 < 25^2$$

14. polynomiell

Die Nullstellen eines Polynoms dritten Grades sind 1 und 25.

$$f(x) = \frac{1}{k}(x-1)\cdot(x-25)\cdot(x-z)$$

Gesucht werden k und z $\in \mathbb{N}$ so, dass die Koordinaten

des Hoch- und Wendepunkts ganzzahlig sind und k möglichst klein!

A373995 Zeros x1 of polynomial functions f(x) = 1/k*x*(x - x1)*(x - x2), which have three integer zeros 0, x1 and x2 (with 0 < x1 < x2) as well as two extreme points and one inflection point with integer x-coordinates (sorted in ascending order, first by the sum x1 + x2 and then by x1).

9, 15, 18, 21, 24, 15, 30, 27, 48, 45, 36, 42, 33, 48, 21, 30, 60, 45, 72, 39, 75, 54, 63, 72, 48, 99, 27, 96,

A373996 Zeros x2 of polynomial functions f(x) = 1/k*x*(x - x1)*(x - x2), which have three integer zeros 0, x1 and x2 (with 0 < x1 < x2) as well as two extreme points and one inflection point with integer x-coordinates (sorted in ascending order, first by the sum x1 + x2 and then by x1). 3

24, 24, 48, 45, 45, 63, 48, 72, 63, 72, 96, 90, 105, 90, 120, 126, 96, 120, 105, 144, 120, 144, 135, 135, 165,

A373997 Greatest positive integer k for which the y-coordinates of the extreme points and the inflection point of y = f(x) = 1/k*(x - A373995(n))*(x - A373996(n)) are integers.

2, 2, 16, 2, 2, 2, 16, 54, 2, 54, 128, 16, 2, 16, 2, 16, 128, 250, 2, 2, 250, 432, 54, 54, 2, 2, 2, 16, 686, Aus A373995 - OEIS [16] und A373996 - OEIS [17] folgt

$z_1 = 10$, $z_2 = 16$ oder $z_3 = 46$ – aus A373997 - OEIS [18] jeweils $k = 2$

15 . diskriminant

- Wie viele quadratische Gleichungen ($ax^2 + bx + c = 0$) gibt es , wenn

  $a , b , c \in \mathbb{Z}$; $x_1 \neq x_2$; $x_1 , x_2 \in \mathbb{C}$

  $\text{ggT}\,(a,b,c) = 1$, $|a| + |b| + |c| = \sqrt{25}$

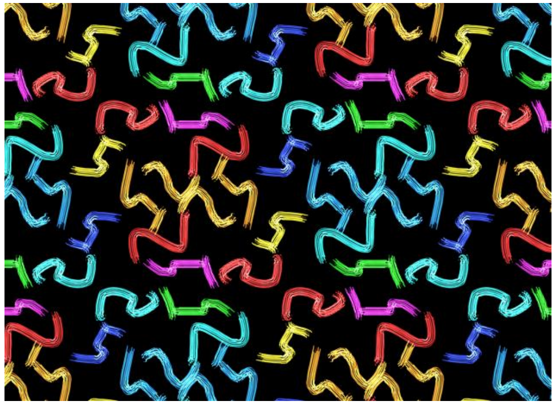
  Tipp $b^2 - 4ac < 0$

- Wie viele quadratische Gleichungen ($ax^2 + bx + c = 0$) gibt es , wenn

  $x_1 \neq x_2$; $x_1 , x_2 \in \mathbb{R}$

  Tipp $b^2 - 4ac \geq 0$

✓ A381710 - OEIS [19] $a(5) = 25$



A381711 - OEIS [20] $a(5) = 2 \times 25$

16 . integral

A365108	a(n) is the smallest integer value of (p^n - q^n)/n for all choices of integers p > q >= 0.

1, 2, 9, 4, 625, 672, 117649, 32, 2187, 5941760, 25937424601, 1397760, 23298085122481,

- **Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Folge 1 , 2 , 9 , 4 , ... und der Integralrechnung ?**
- $a\left(\sqrt{25}\right) = 25^2$ **Berechne p und q !**

A365108 - OEIS [21]

a (n) ist zugleich der kleinste ganzzahlige Wert, den das Integral über f (x) = x^(n - 1) zwischen den nichtnegativen Integrationsgrenzen q (p > q) haben kann.

p = 6 , q = 5

17. maximal

A034893 Maximum of different products of partitions of n into distinct parts.

The partitions of n = 11 into distinct parts are (11), (1, 10), (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6), (1, 2, 8), (1, 3, 7), (1, 4, 6), (2, 3, 6) and (2, 4, 5) with the products of partitions being 11, 10, 18, 24, 28, 30, 16, 21, 24, 36 and 40 respectively and the maximum product is a(8) = max(11, 10, 18, 24, 28, 30, 16, 21, 24, 36, 40) = 40. - Felix Huber, Apr 04 2025

- **Berechne** $\sum_{n=0}^{6}$ **;** **Hinweis** $a(0) = a(1) = 1$
- **Leite eine explizite Formel für a (n) her !**

A034893 - OEIS [22]

✓

$$\sum_{n=0}^{6} a(n) = 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 = 25$$

Siehe Abschnitt « Formula » !

18 . quadratisch

A364384 a(n) is the number of quadratic equations u*x^2 + v*x + w = 0 with different solution sets L != {}, where n = abs(u) + abs(v) + abs(w), the coefficients u, v, w as well as the solutions x_1, x_2 are integers and GCD(u, v, w) = 1. [11]

1, 3, 2, 6, 3, 6, 2, 8, 4, 7, 4, 8, 2, 10, 4, 8, 5, 10, 2, 10, 4, 10, 4, 10, 4, 11, 6, 8, 4, 12, 2, 14, 4, 8, 6, 12, 5, 12, 4, 10, 4, 14, 2, 14, 6, 8, 6, 12, 4, 15, 6, 10, 4, 12, 4, 14, 6, 12, 4, 14, 2, 14, 6, 10, 9, 14, 4, 12, 4, 12, 4, 18, 2, 16, 6, 8, 8, 12, 4, 16, 6, 13, 6, 14, 4, 14, 6, 10, 4, 18, 4, 18, 6, 8, 6, 14, 4, 16, 6, 14

A364384 - OEIS [23]

- **Suche a (25) : 4 Gleichungen mit Lösungen**

✓

Vergleiche Maple-Programm in Links :

$$\left(u, v, w, x_1, x_2\right)$$

19 . trapezförmig

- **Die Zahlenfolge a (n) beschreibt**

  die Anzahl Trapeze mit folgenden Eigenschaften:

  Die Länge der Seiten und der Höhe sind ganzzahlig.

  Es hat genau ein Paar von parallelen Seiten

  als Funktion des Flächeninhalts n.

  Beispiel a (54) = 7

  https://oeis.org/A378148/a378148_1.pdf

Welches ist die kleinste, ungerade, zusammengesetzte Zahl,

die nicht Flächeninhalt eines solchen Trapezes ist ?

A378148 - OEIS [24]   **Vergleiche Maple-Programm in Links !**

a (9) = 1 , a (15) = a (21) = 2 , a (25) = 0

20 . polygonal

A376348 a(n) is the number of multisets with n primes with which an n-gon with perimeter prime(n) can be formed.

0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 7, 7, 12, 19, 19, 25, 44, 72, 72, 119, 147, 152, 234, 292, 435, 777, 920,

A376348 - OEIS [25]

Beispiel

a (7) = 2 because exactly the 2 partitions (2 , 2 , 2 , 2 , 3 , 3 , 3)
and (2 , 2 , 2 , 2 , 2 , 2 , 5) have 7 prime parts and their sum is p (7) = 17 .

Frage **Wie finden wir a (15) = 25 ?**

✓

Der Umfang des Polygons ist prime (15) = 47. Die längste Seite s_{15} ist eine Primzahl und darf nicht grösser als «prevprime» (47 / 2) = 23 und kleiner als «nextprime» (47 / 15) = 5 sein.

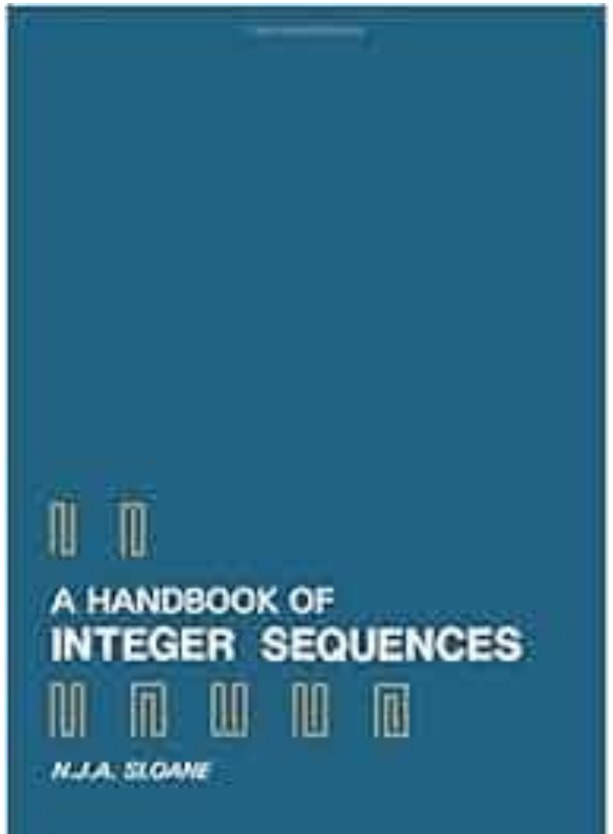
Für jeden Wert von s_{15} schreiben wir den Rest 47 – s_{15} auf alle möglichen Arten als Summe von 14 Primzahlen.

On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS)

1973

Neil Sloane: A *Handbook of Integer Sequences*

mit weniger als 2500 Zahlenfolgen



2025

The On-Line Encyclopedia of

Integer Sequences **(OEIS)**

mit mehr als 380’000 Zahlenfolgen

Zahlenfolgen suchen

Es kann im Suchfeld auf verschiedene Arten

eine Zahlenfolge gesucht werden:

- **Eingabe von Folgengliedern (Beispiel 1, 4, 9, 16, 25)**
- **Eingabe eines Autors (Beispiel felix huber)**

- Eingabe von Stichwörtern

  (Beispiel triangle prime sides n-th prime)
- Eingabe eines keywords

  (Beispiel keyword: core)

bestehende Zahlenfolgen ergänzen

- Voraussetzung: Registrierter Benutzer (sehr einfach)
- Es können Beiträge in Form von Kommentaren,

  Formeln, Computer-Programmen in diversen Sprachen,

  Beispielen, Links, weiteren Links oder Korrekturen gemacht werden.

- Diese Beiträge werden in einem mehrstufigen Verfahren geprüft und publiziert , zur Bearbeitung zurückgewiesen oder rezykliert.

neue Zahlenfolgen hinzufügen

- Voraussetzung: Registrierter Benutzer (sehr einfach)
- Neue Nummer (A...) beziehen, editieren, ausfüllen, hochladen. Die Folge ist jetzt als Draft vorhanden.

- Die neue Folge wird in einem mehrstufigen Verfahren geprüft , ergänzt und publiziert , zur Bearbeitung zurückgewiesen oder rezykliert.
  - The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS)