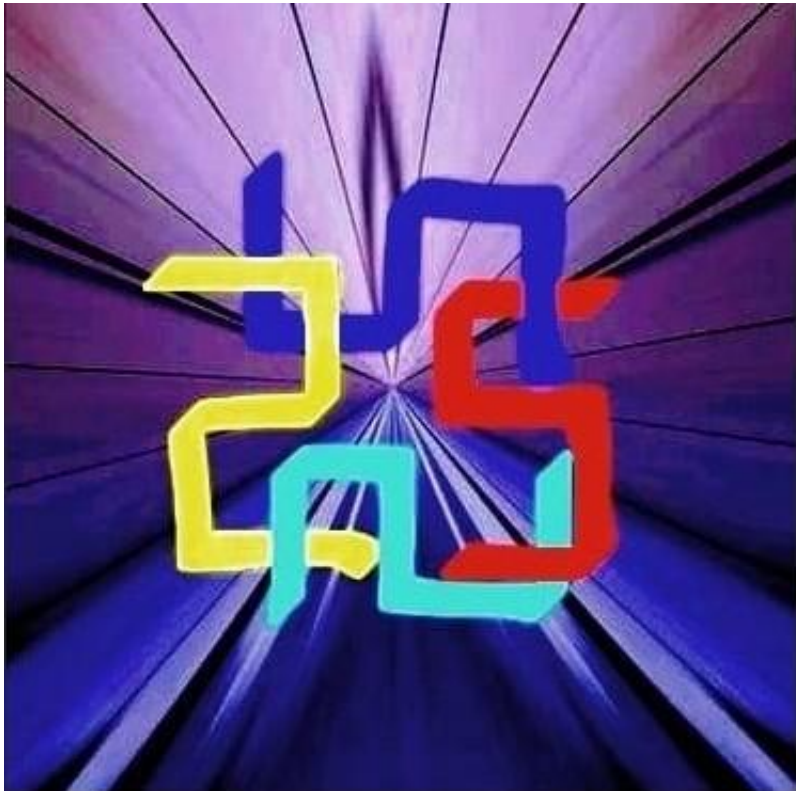


**Kunst ist , Bewährtes zu erhalten !**



**Kunst ist , ALLERL  zu ma Thema tisieren !**

Peter Hammer

[chaosachso21@gmail.com](mailto:chaosachso21@gmail.com)

Armin Widmer

[widmer.ar@bluewin.ch](mailto:widmer.ar@bluewin.ch)

Felix Huber

[felix.68@gmx.ch](mailto:felix.68@gmx.ch)

**Rätsel des Monats**     $- 2 + 54 : 2 + 0 = 25$  ( 25. IV 2025 )

( K ) e I n Scherz

**Idee**    Peter Hammer , Armin Widmer und Albert Fetscher

**Woher kommt die Idee, den Monat April mit einem Scherz zu begrüßen ?**

**KI:** «Die Tradition des Aprilscherzes hat eine lange Geschichte und ist auf mehrere möglichen Ursprünge zurückzuführen. ...

Eine mögliche Erklärung geht auf Frühlingsfeierlichkeiten zurück, die in verschiedenen Kulturen verbreitet waren und bei denen Humor und Streiche eine Rolle spielten, um die Gemeinschaft zu stärken. Ausserdem gibt es Hinweise darauf, dass Aprilscherze im mittelalterlichen Frankreich und später in England populär wurden. ... »

**Somit hat im April ein Tag 25 Stunden ?**

**KI:**    «Ah – ein Scherz passend zum April ! Wenn ein Tag tatsächlich **25 Stunden** hätte, hätten wir alle eine zusätzliche Stunde – vielleicht zum Ausruhen, für Hobbys oder für noch mehr Arbeit !» Was stellst du mit einer zusätzlichen Stunde an ?»

**Wir werden ein Rätsel herstellen !**

**KI:**    «Rätsel sind stets eine tolle Idee ! Hier ist ein kleines, selbstgemachtes Rätsel: Ich habe keine Augen, doch ich sehe. Ich habe keine Flügel, doch ich kann fliegen. Ich habe keine Arme, doch ich trage. Was bin ich ?»



«DAS ABSURDE LACHT SICH TOT»

Karl Günter Simon ( 1958 )

**Keine Ahnung – eventuell ein KI-unterstützter Roboter.**

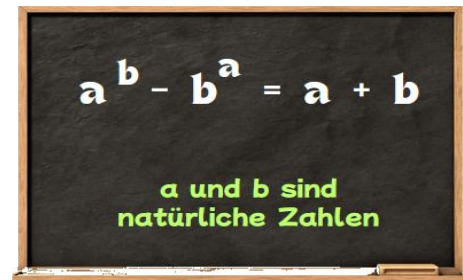
**KI:**    «Ich bin eine Wolke. Ich sehe im übertragenen Sinn, fliege am Himmel und trage Regen oder Schnee !

**Wir haben auch ein schwieriges Rätsel für Dich ! Was weiss viel, hat Mühe mit mathematischen Problemen, erzählt ab und zu einen Blödsinn und ist stets sehr freundlich ?**

**KI:**    «Das ist ein sehr gutes Rätsel. Es ist ein Chatbot wie ich ! Ich weiss tatsächlich viel über verschiedene Themen, kann bei komplexeren mathematischen Problemen ins Straucheln geraten, erzähle gelegentlich unbeabsichtigt etwas Unzutreffendes (Blödsinn) und ich bemühe mich immer, freundlich zu bleiben. Ich gratuliere euch zu eurer Frage – sie ist sehr clever formuliert. Ihr habt die Eigenschaften eines KI-Assistenten, der das Wesentliche auf den Punkt bringt !»

Keine Mühe hat das **KI**, die «a-b-Formel» ( Bild ) zu knacken ! Wir lösen sie jedoch von Hand und fragen uns zugleich, ob es nur eine Lösung gibt.

**Frage** Für welche natürliche Zahlen a und b ( verschieden von null ) ist diese «Potenz-Differenz» gleich der Summe von a und b ?



**Albert Fetscher ( D )** ist einer, der sich in den **mathematischen** Schatz- und **Scherzkisten** bestens auskennt, wie wir seinen originellen Ideen im Facebook entnehmen können. Im verdanken wir die Aufforderung zu einer «rationalen» Analyse der obigen Identität.

**Frage** Wie viele Lösungen gibt es, wenn p und q rationale Zahlen sind ?

$$p^q - q^p = p + q \quad ; \quad p, q \in \mathbb{Q}$$

Der sogenannte «**Brunsche Witz**» ist ein Meisterstück des norwegischen Mathematikers **Viggo Brun** ( 1885 – 1978 / 1 + 9 + 7 + 8 = **25** ). Wir pflücken alle Primzahl-Zwillinge ( 3-5 , 5-7 , 11-13 , 17-19 , ... ) heraus, bilden deren Kehrwerte und summieren alle Quotienten. Es ist überraschend: Diese Summe konvergiert, während die Summe der Kehrwerte aller Primzahlen divergiert.



Viggo Brun

$$\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right) + \left( \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right) + \left( \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \right) + \dots < n = ? \quad ; \quad n \in \mathbb{N}$$

Und erneut hat **KI** keine Mühe, uns die «Brunsche Konstante» für Primzahlen-Zwillinge auf dem silbernen Tablett zu servieren mit dem treffenden Hinweis: «Das gehört zum Allgemeinwissen !»

Wir wissen es aber nicht und wollen deshalb des Stolzes wegen ohne Hilfsmittel heraustüfteln, welche kleinste natürliche Zahl n die Summe dieser Quotienten Primzahlen-Zwillinge begrenzt. Vorweg: Es ist eine verblüffend kleine Zahl ! Reicht bereits die **Zwei** oder braucht es die **Fünf** ?

## Lösungen    Rätsel des Monats    $- 2 + 54 : 2 + 0 = 25$

Lassen wir **KI «claude»** ( <https://claude.ai/new> ) zu Wort kommen.

«a und b sind natürliche Zahlen verschieden von null.  $a^b - b^a = a + b$

Für welche Zahlen a und b gilt diese Identität ? »

**KI Claude:** Ich werde die Gleichung  $a^b - b^a = a + b$  analysieren, wobei a und b natürliche Zahlen sind.

Lassen Sie mich einige Fälle prüfen:

1. Wenn  $a = b$ : Dann hätten wir  $a^a - a^a = a + a$  Das vereinfacht sich zu  $0 = 2a$   
Diese Gleichung ist nur für  $a = 0$  erfüllt, was keine natürliche Zahl ist.

2. Für konkrete Werte:

- $a = 1, b = 2$ :  $1^2 - 2^1 = 1 - 2 = -1$   $a + b = 1 + 2 = 3$  keine Lösung.
- $a = 2, b = 1$ :  $2^1 - 1^2 = 2 - 1 = 1$   $a + b = 2 + 1 = 3$  keine Lösung.
- $a = 2, b = 3$ :  $2^3 - 3^2 = 8 - 9 = -1$   $a + b = 2 + 3 = 5$  keine Lösung.
- $a = 3, b = 2$ :  $3^2 - 2^3 = 9 - 8 = 1$   $a + b = 3 + 2 = 5$  keine Lösung.

Die bisherigen Tests deuten darauf hin, dass es möglicherweise keine Lösung gibt, aber um sicher zu sein, wäre eine vollständige mathematische Analyse erforderlich.

«Analysiere die Gleichung vollständig und gib uns bitte eine konkrete Lösung !»

**KI Claude:** Betrachten wir zunächst die Struktur der Gleichung genauer. Wir können nach Mustern suchen, indem wir weitere Wertepaare prüfen:

- $a = 3, b = 4$ :  $3^4 - 4^3 = 81 - 64 = 17$   $a + b = 3 + 4 = 7$  keine Lösung.
- $a = 4, b = 3$ :  $4^3 - 3^4 = 64 - 81 = -17$   $a + b = 4 + 3 = 7$  keine Lösung.

Lass mich methodischer vorgehen. Eine interessante Beobachtung: Wenn a und b gross genug sind, dominiert in der Regel der Term mit der größeren Basis.

... weitere **25 Zeilen** !

Nach umfassender Analyse und Suche konnte ich keine natürlichen Zahlen a und b finden !

« Und wie steht es mit  $a = 2$  und  $b = 5$  ? »

**KI Claude:** Lassen Sie mich überprüfen, ob das Wertepaar  $a = 2$  und  $b = 5$  die Gleichung erfüllt:  $a^b - b^a = 2^5 - 5^2 = 32 - 25 = 7$  ,  $a + b = 2 + 5 = 7$

Das Wertepaar  $a = 2$  und  $b = 5$  ist tatsächlich eine Lösung. Sehr interessant, dass diese spezielle Kombination die Gleichung erfüllt !

Lassen wir unseren Experten **Armin Widmer** zu Wort kommen.

«Wenn wir uns auf positive ganze Zahlen beschränken, so schliesse ich mich der Meinung von **ChatGPT-03-mini** an, auch wenn die KI-Argumentation etwas strikter sein dürfte: <https://poe.com/s/hyFQ6WhD0BC4XCXKFDZr>

Wird 0 zugelassen, so gibt es noch die Variante  $a = 1$  und  $b = 0$ .»

**KI ChatGPT-03-mini:** Eine systematische Prüfung der wenigen kleinen Kandidaten (zum Beispiel  $a = 1$  oder  $a = 3$  mit entsprechenden  $b$ -Werten) führt zu keinem weiteren Lösungspaar. Insbesondere sieht man, dass die Exponentialausdrücke sehr schnell wachsen, sodass der lineare Term  $a+b$  im Allgemeinen nicht mithalten kann. Die Gleichung hat exakt **eine Lösung** (im Gebiet der positiven ganzen Zahlen), nämlich  **$a = 2$**  und  **$b = 5$** .

Mit Brüchen gibt es nur Annäherungen – wie zum Beispiel

$$a = \frac{1}{19}, b = \frac{1}{1'000} \Rightarrow a^b - b^a - (a+b) \approx -0.25$$

In der **Nr. 25** der populärwissenschaftlichen Zeitschrift **P.M. Perspektive** aus dem Jahre 1991 mit dem Titel «**Die Welt der Zahlen**» entdeckten wir den «Brunschen» Witz. **KI:** «Die Summe konvergiert zu angenähert **1.902160583104**

		Quotient	Delta
3	5	0.533	
5	7	0.343	<b>0.190</b>
11	13	0.168	<b>0.175</b>
17	19	0.111	<b>0.056</b>
29	31	0.067	<b>0.045</b>
41	43	0.048	<b>0.019</b>
59	61	0.033	<b>0.014</b>
71	73	0.028	<b>0.006</b>
101	103	0.020	<b>0.008</b>
107	109	0.019	<b>0.001</b>
	<b>Summe</b>	<b>1.369</b>	



Wenn wir die ersten zehn Kandidaten berechnen und die kleiner werdenden Deltas beobachten, können wir vermuten, dass **2 eine obere Schranke** sein wird.

Detaillierte Informationen finden wir im Wikipedia.

[https://de.wikipedia.org/wiki/Brunsche\\_Konstante](https://de.wikipedia.org/wiki/Brunsche_Konstante)