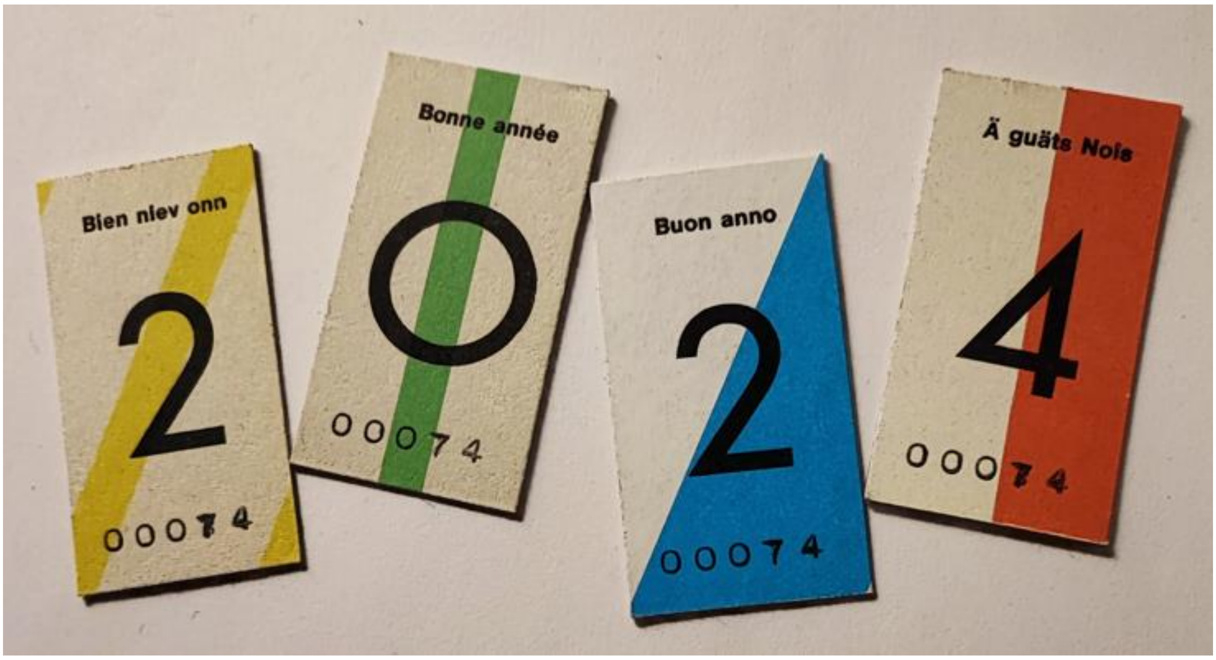
Peter Hammer   24. VIII 24
chaosachso21@gmail.com

K unst I st , Bewährtes zu erhalten !



Fabio Parizzi , Rapperswil / SG / CH

K u n s t I s t , A L L E R L  zu ma Thema tisieren !

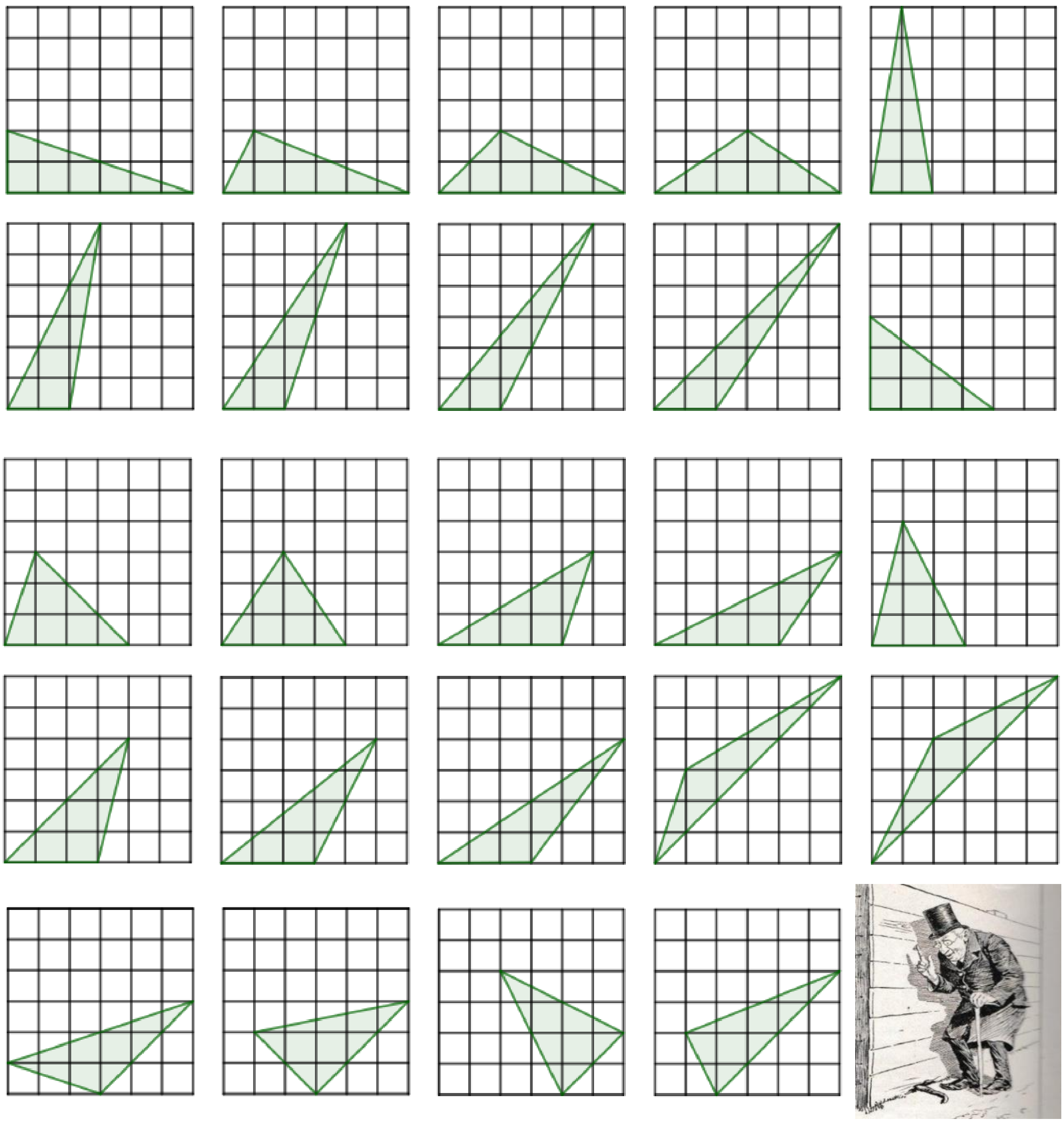
Peter Hammer	chaosachso21@gmail.com
Armin Widmer	widmer.ar@bluewin.ch
Felix Huber	felix.68@gmx.ch

Rätsel des Monats $-2 - \sqrt{4} + 8 + 20 = 24$

es gibt es

Idee **Felix Huber**

Wer uns **24 thematische Bilder** serviert, will wissen, ob **es** noch dieses eine Bild **gibt**, das die zu entdeckende Regel komplementiert !

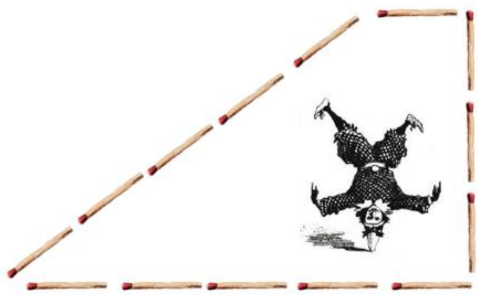


Frage **Welches Gesetz beherzigen diese 24 Bilder ?**

Gibt es ein weiteres Bild, dass thematisch passt ?

Der Titel «**es gibt es**» verdient zumindest ein Fragezeichen ! Präziser ist zweifelsohne «**es gibt ihn**» ! Die Rede ist vom Luzerner Gymnasiallehrer **Felix Huber**, der innert **24 Stunden** mindestens **24 Rätsel** aus seinem Hut zaubert, wobei sich stets alles entweder um die **Zahl 24** oder um die **Jahreszahl 2024** drehen muss.

Ja – **es gibt ihn**, der Kreis bei dem Radius **zwei**, bei dem der Umfang und der Flächeninhalt die gleiche Masszahl – konkret **vier** PI – haben.
So reizvoll diese PI-Geschichte «**zwei wird zu vier PI**» (Radius / Umfang) erscheinen mag, auf solche Trivialitäten lässt sich unser überaus kreative Mathematiker **Felix Huber** nicht ein. Ebenso ist die Abbildung des Trapezes mit dem Flächeninhalt **A** = 9 und dem Umfang **u** = 14 für ihn etwas Halbbatziges ! Umso attraktiver erscheint ihm folgendes Problem.



Frage **Gibt es ein Trapez mit u = A = 20 ?**
Gibt es ein Trapez mit u = A = 24 ?
Alle vier Seiten und die Höhe müssen natürliche Zahlen sein.

Auch **Felix Huber** kennt es, liebt es und strebt es an ! Und wie wir wissen, **es gibt es** regelmässig – ein Hoch oder ein Tief, insbesondere beim Lösen unserer Rätsel. Hier allerdings lassen wir die Philosophie bei Seite, denn es die Rede von der **24-er Polynomfunktionen** dritten Grades mit folgender Form:

$$f_a(x) = x \cdot (x - 24) \cdot (x - a)$$

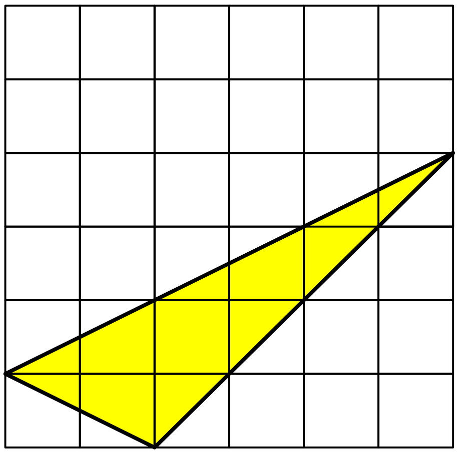
Selbstverständlich gibt es natürliche Zahlen bei denen die x-Koordinaten des Hochpunktes **H**, des Tiefpunktes **T** und des Wendepunktes **W** ganzzahlig sind.

Für **a = 45** erhalten wie die x-Koordinaten 10 (**H**) , 23 (**W**) und 36 (**T**).

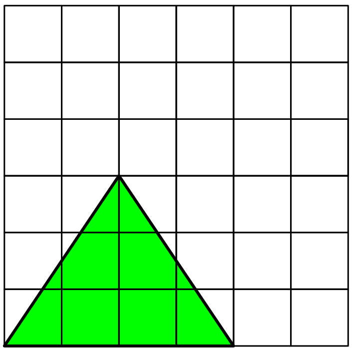
Frage **Für welche zwei natürlichen Zahlen a (0 < a < 24) sind bei der oben definierten Polynomfunktion $f_a(x)$ der Hochpunkt, der Wendepunkt und der Tiefpunkt (H / W / T) ganzzahlig und es gilt $a_1 + a_2 = 24$?**

Lösungen **Rätsel des Monats** $-2-\sqrt{4}+8+20=$ **24**

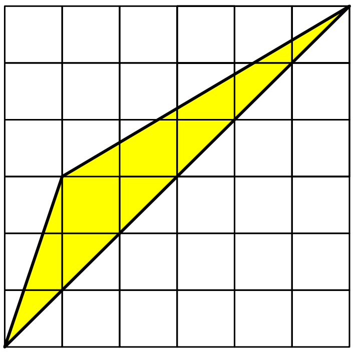
Gesucht werden in einem quadratischen Raster mit dem **Umfang 24** sämtliche Dreiecke mit dem Flächeninhalt 6. Kongruente Dreiecke sind zu vernachlässigen. Das abgedeckte 25. Dreieck hat die abgebildete Form:



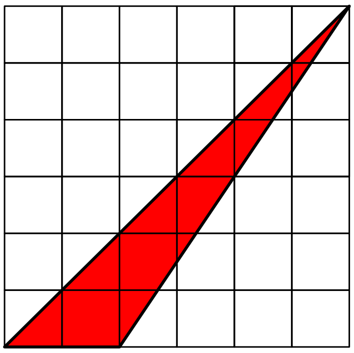
Als eine «nette» Herausforderung erweist sich die Suche nach den Dreiecken mit dem kleinsten und dem grössten Umgang. Schliesslich gilt ist auch die **Nummer 24** – das Dreieck mit dem zweitgrössten Umfang – zu entdecken. Bei einer Klasse mit **24** GymastiastInnen landete nur ein einziger Lernender einen Volltreffer – notabene ein Mädchen !



$4+\sqrt{13}+\sqrt{13}\approx$ **11.21**

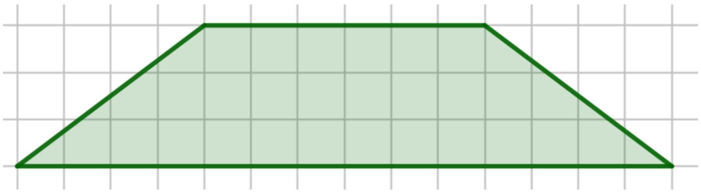


$\sqrt{10}+\sqrt{34}+\sqrt{72}\approx$ **17.48**

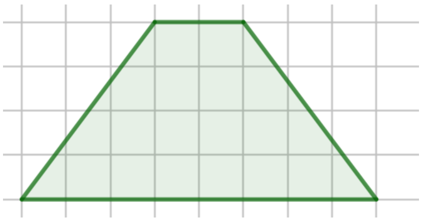


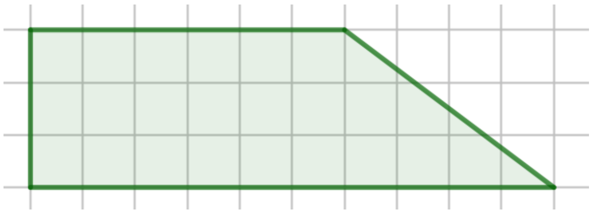
$2+\sqrt{52}+\sqrt{72}\approx$ **17.70**

Tipp https://oeis.org/A372915



A = u = 30





A = u = 20 **A = u = 24**

Zusatzfrage: **Sind 20 , 24 und 30 die einzigen Trapeze mit u = A und ganzzahligen Seiten und Höhen ?**

Tipp **https://oeis.org/A374594**

Für $a = 9$ und $a = 15$ sind die vorgegebenen Bedingungen der Polynomfunktionen erfüllt !

$$f_a(x) = x \cdot (x - 24) \cdot (x - a)$$

Die Extrempunkte (Tiefpunkt und Hochpunkt) haben diese x-Koordinaten !

$$x_{1,2} = \frac{24 + a \pm \sqrt{a^2 - 24a + 24^2}}{3}$$

Der Wendepunkt hat diese x-Koordinate ! :

$$x_3 = \frac{24 + a}{3} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Tipp **https://oeis.org/A373995** **https://oeis.org/A373996**