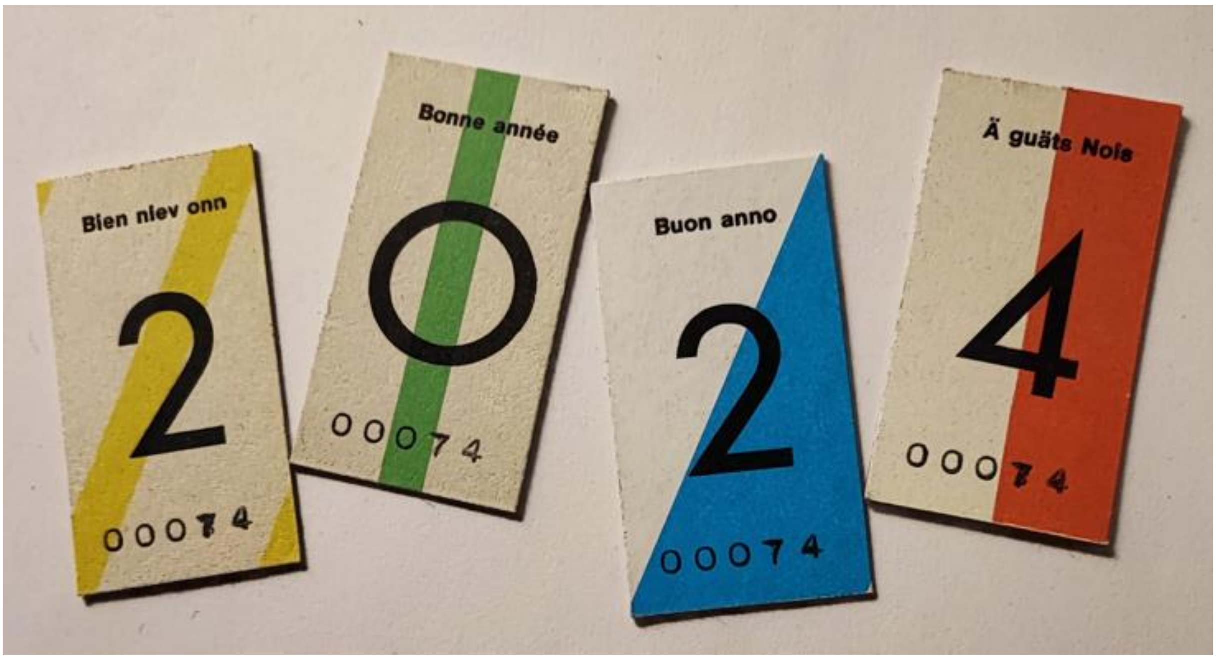
Peter Hammer 24. XII 24
chaosachso21@gmail.com

K unst I st , Bewährtes zu erhalten !



Fabio Parizzi , Rapperswil / SG / CH

Kunst Ist , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber felix.68@gmx.ch

Rätsel des Monats $\mathbf{24 + 1 \cdot 2 - 2 + 0 = 24}$

Köstliches

Idee **Peter Hammer und Felix Huber**

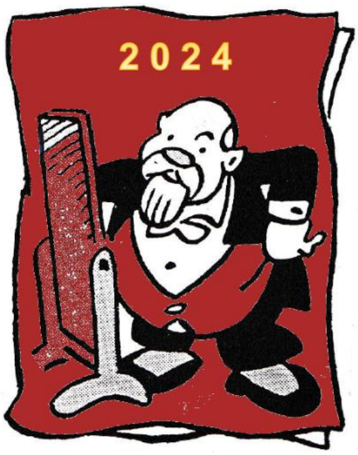
Sie sind **köstlich**, die Aufgaben aus alten Zeiten. Hier stecken wir mitten in der «vollständigen Anleitung zur Algebra» von Leonhard Euler (1707 – 1783). Um die Originalität zu erhalten, haben wir die Orthographie nicht angepasst.

«Drei Personen spielen miteinander, im ersten Spiele verliert der erste an jeden der beiden anderen so viel, als jeder von den zwei andern Geld bei sich hatte. Im zweiten Spiele verliert der zweite an den ersten und dritten so viel als jeder hat. Im dritten Spiele verliert der dritte an den ersten und zweiten so viel als jeder hat, und da findet es sich, dass alle nach beendigtem Spiele gleich viel haben, jeder nämlich **24 Münzen**. Nun ist die Frage, wie viel jeder anfänglich gehabt habe?»

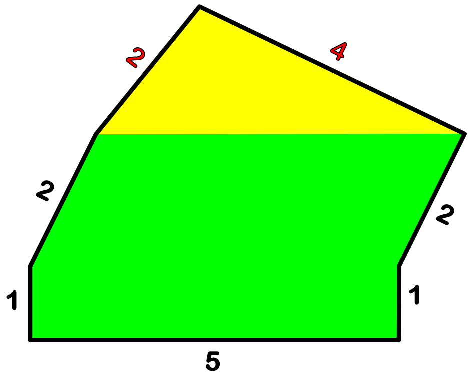
Leonhard Euler (1707 – 1783)

Nun gilt es aber, sich auf **köstliche Weise** von der Zahl **2024** zu verabschieden. Und was eignet sich da besser, als mit Hilfe der **Zahl 25** einen Blick in die Zukunft zu werfen. Bei den Binomialkoeffizienten sind die Variablen a, b und c grösser als 1.

$$\binom{a}{c} - \binom{b}{c} = 2024$$



Stell dir vor, du öffnest das **24. Türchen** im Adventskalender, erwartest etwas **Köstliches** und erhältst zu deiner grossen Enttäuschung nur ein schwierig zu identifizierendes 7-eck ! Natürlich ist es aus unserem Blickwinkel attraktiv, dass eine **2** und die **4** top sind und die Summe der **Anzahl Ecken (7)** und der **Länge des Umfangs (17)** «ausgerechnet» **24** ergibt.



So stellt sich die Frage: Wer um Gottes Willen hat unseren Adventskalender mit dieser Idee gefüllt. Richtig – es muss **Felix Huber** sein, der mit seiner originellen Idee sogar die Unendlichkeit (die liegende Acht) auf den Kopf stellt. Logischerweise wird unter diesen Bedingungen die Acht zur maximalen Seitenlänge und das **7-Eck** mit den Seitenlängen 1-1-1-1-1-4-8 bildet den Abschluss der 7-Eck-Hit-Parade !

Frage **Folgende Bedingungen sind bei dem Heptagon zu erfüllen :**
Der Umfang misst 17 ! Alle 7 Seiten müssen ganzzahlig sein !
Wie viele verschiedene Gebilde gibt es mit diesen Bedingungen ?
Beispiel: 8-1-1-1-1-4-1 , 8-1-4-1-1-1-1 , 1-4-1-8-1-1-1 sind identisch.

Ist es möglich, dass es nicht möglich ist, ein Trapez zu finden, bei dem alle vier Seiten und die Höhe ganzzahlig sind, der Flächeninhalt **2'024** beträgt und eine dreistellige Seitenlänge mit **24** beginnt und eine mit **24** endet ?

Felix Huber: « Ich glaube nicht ! »

Lösungen Rätsel des Monats $24 + 1 \cdot 2 - 2 + 0 = 24$

Euler: «So schwer diese Aufgabe auch zu sein scheint, so zeigt es sich doch, dass sie sogar ohne Algebra aufgelöst werden kann. Man gehe nur in der Betrachtung derselben rückwärts. Da die drei Personen nach dem dritten Spiel gleich viel bekommen, nämlich jeder 24 und in jedem Spiel der erste und zweite ihr Geld verdoppeln, müssen vor der letzten Runde folgende Anzahl vorliegen: 12, 12, 48.»

Gemäss Eulers Idee sieht das Vorgehen wie folgt aus:

Ende zur Runde 2 A (24) und B (24) halbieren / **C** wird angepasst **48**
Runde 2 zur Runde 1 A (12) und C (48) halbieren / **B** wird angepasst **42**
Runde 1 zum Start B (42) und C (24) halbieren / **A** wird angepasst **38**

	A	**B**	**C**	**Summe**
Start	**39**	**21**	**12**	**72**
Runde 1	**6**	**42**	**24**	**72**
Runde 2	**12**	**12**	**48**	**72**
Ende	**24**	**24**	**24**	**72**

Um das «Neujahrs-Zahlenspiel» zu entdecken, brauchen wir lediglich in einem Stochastik Lehrmittel zu blättern und eine allgemein gültige Formel «anzupassen», wobei C (24 , 3) = **2'024** die Hauptrolle spielt ?

Da stellt sich die Zusatzfrage, ob es eine Variante C (n , k) = **2'025** gibt ?

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$$

$$\binom{24}{3} + \binom{24}{4} = \binom{25}{4}$$

$$2'024 + 10'626 = 12'650$$

In der Aufgabe mit dem 7-Eck steckt eine kleine Falle. Es gibt nicht **24**, sondern 34 Varianten. Wenn wir indes fordern, dass mindestes eine Seite grösser als 4 sein muss, so haben wir unser Abschiedsgeschenk mit **24 Varianten**. Das Auffüllen des Rasters ist insbesondere für zukünftige EDV-Spezialisten eine ideale Fingerübung. Bei der Wahl der Methode haben wir uns für die vermehrende Einser-Politik entschieden.

2	2	2	2	2	2	5
1	2	2	2	2	2	6
1	2	2	2	2	3	5
1	1	2	2	2	2	7
1	1	2	2	2	3	6
1	1	2	2	2	4	5
1	1	2	2	3	3	5
1	1	1	2	2	2	8
1	1	1	2	2	3	7
1	1	1	2	2	4	6
1	1	1	2	2	5	5
1	1	1	2	3	3	6

1	1	1	2	3	4	5
1	1	1	3	3	3	5
1	1	1	1	2	3	8
1	1	1	1	2	4	7
1	1	1	1	2	5	6
1	1	1	1	3	3	7
1	1	1	1	3	4	6
1	1	1	1	3	5	5
1	1	1	1	4	4	5
1	1	1	1	1	4	8
1	1	1	1	1	5	7
1	1	1	1	1	6	6

Macht das **ChatGPT** mathematische Fort-Schritte wollte **Hans Widmer** von seinem Bruder und unseren Experten **Armin Widmer** wissen. Seine Antwort «und ob!» spricht für sich. Das Trapez mit den ganzzahligen Seiten und der Höhe h ist ein treffendes Beispiel dafür. Flugs war die richtige Lösung auf dem Tablet von Hans !

https://chatgpt.com/share/676ad796-43f8-800f-8b16-976c8e11ccc1

Mit Hilfe der Faktorzerlegung 2 x 2 x 2 x 11 x 23 = **2024** lässt sich ohne fremden Einfluss die Höhe **11** ermitteln und der Rest ableiten. Als besonders attraktiv erweist aus der **24-er Sicht** im gleichschenkligen Dreieck das seitliche pythagoreische Tripel mit den Katheten **11** und **60** und der Hypotenuse **61**, denn **11 + 6 + 0 + 6 + 1 = 24**.

Ob es nur ein einziges ganzzahliges, rechtwinkliges Dreieck mit der Kathete 11 gibt, fragen wir notfalls – aber wirklich nur notfalls – das **ChatGPT** !