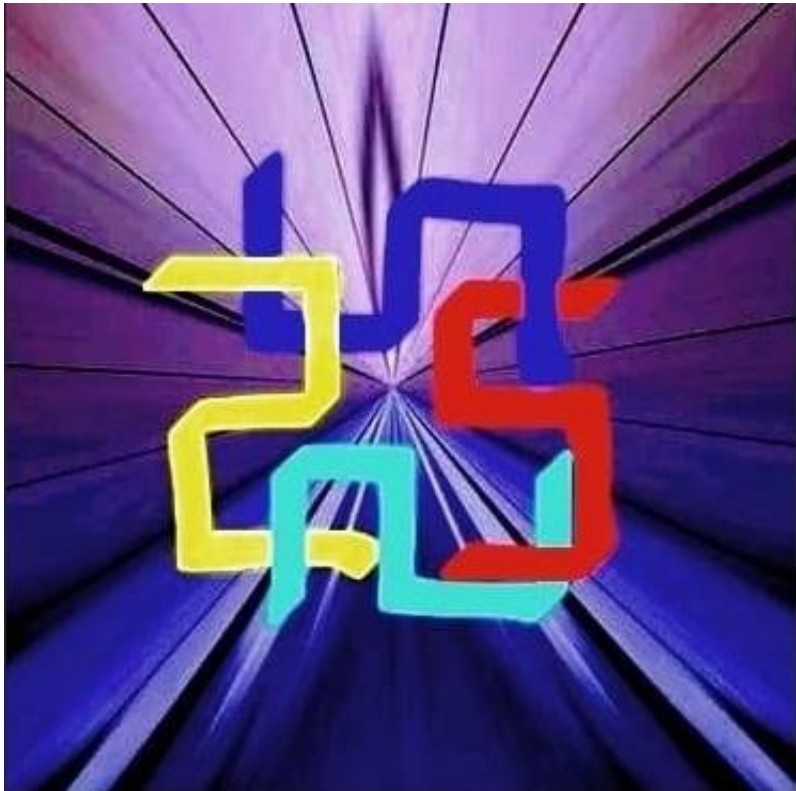


Kunst ist , Bewährtes zu erhalten !



Kunst ist , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer

chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer

widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber

felix.68@gmx.ch

Rätsel des Monats $2 \cdot 5 : 2 + 20 = 25$

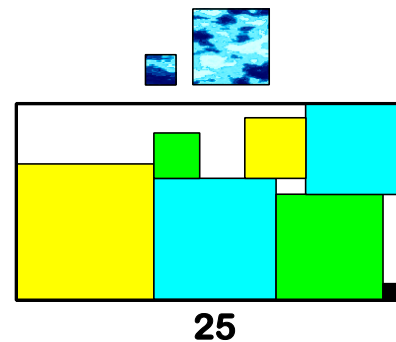
Inhalt formen

Idee Armin Widmer , Felix Huber , Peter Hammer

Für Leo Tolstoi (1828 – 1910) war es klar: «Wo Inhalt ist, fügen sich die Formen von selbst !» Ob er damals, in seiner Blütezeit, bereits das zahlenformvollendete Jahr **2025** im Visier hatte, bleibt ein offenes Rätsel !



Die Würfel generieren per se Kubikzahlen. Und weil sich die «top nine cubes» bezüglich der Jahreszahl so vorzüglich präsentieren, wollen wir die neun Würfel mit den Kantenlängen von 1 bis 9 in eine rechteckige Schachtel verpacken und diese weitere zehn hoch drei Jahre bis ins Jahr 3'025 verschlossen aufbewahren. Das versteht sich von selbst. Das Volumen dieser Schachtel mit den neun Würfeln muss optimal, respektive möglichst klein sein !



Aber bitte – wir verwenden nicht die abgebildete Schachtel ! Gemäss der Frontansicht findet der **5-er Würfel** auf diese Weise keinen Platz in der ersten Reihe. Übrigens, der **2-er Würfel** lässt seinen Freund nicht im Stich und entschliesst sich deshalb, ebenfalls draussen zu bleiben, obwohl es drinnen genügend Platz für ihn hat.

Frage Gesucht wird die kleinste, rechtwinklige Schachtel, die es ermöglicht, 9 Würfel mit den Kantenlängen 1 – 9 zu verpacken !

Wir haben neun verschiedene Würfel mit den Kantenlängen 1 bis 9.

Wie gross ist das Gesamtvolumen ?

ChatGPT «Das Gesamtvolumen der neun Würfel kann berechnet werden, indem man das Volumen jedes einzelnen Würfels berechnet und dann die Volumina summiert. ... $1 + 8 + 27 + 64 + 125 + 216 + 343 + 512 + 729 = 2025$ »

Perfekt ! Nun wollen wir diese 9 Würfel in eine möglichst kleine, rechteckige Schachtel verpacken. Wie gross ist die Länge, die Breite und die Höhe ?

ChatGPT «Das Verpacken der neun Würfel in eine rechteckige Schachtel erfordert, dass wir verschiedene Konfigurationen betrachten, um ...

... Somit ergibt sich Länge 24 (Summe der grössten Flächen), Breite und Höhe je 9 (höchste Kantenlänge): Das Volumen beträgt **$24 \times 9 \times 9$** !

... Eine exakte Berechnung der minimalen Schachtelgrösse kann allerdings komplexer sein und erfordert möglicherweise eine algorithmische Lösung. Aber diese grobe Schätzung gibt eine Idee davon, wie man die Würfel effizient anordnen könnte.»

20 ist es nicht, **25** ist es auch nicht – eine **perfekte** Zahl !

Was sind perfekte Zahlen ?

ChatGPT «Eine perfekte Zahl ist gleich der Summe ihrer echten Teiler.» Beispiel 6: $3 + 2 + 1 = 6$



20 ist es, **25** ist es nicht – eine **abundante** Zahl !

Was sind abundante Zahlen ?

ChatGPT «Eine abundante Zahl ist eine Zahl, deren echte Teiler summiert grösser sind als die Zahl selbst. Beispiel 12: $6 + 4 + 3 + 2 + 1 > 12$

6 , 12 , 18 , 20 , 24 , 28 , 30 , 36 , 40 , 42 , 48 , 54 , 56 , 60 , 66 , 70 , 72 , 78 , 80 ,
84 , 88 , 90 , 96 , 100 , 102 , 104 , 108 , 112 , 114 , 120 , 126 , ...

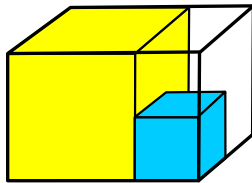
Aus dieser Zahlenfolge 6, 12, 18, ... – die aus lauter perfekter oder abundanter Zahlen besteht – picken wir das **20. Glied** (konkret die Zahl **84**) heraus und suchen Teiler-Summen mit der **Summe 84**. Um mit nur drei Teilern von **84**, die **Summe 84** zu bilden, anbietet sich **14** , **28** , **42**. Wollen wir neun Teiler der Zahl **84** zur Bildung der **Summe 84** verwenden, so müssen wir die Teiler 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 7 , 12 , 21 , 28 verwenden.

Frage **Wie viele verschiedene Teiler-Summen mit der Summe 84 lassen sich bilden, wenn die Zahlen Teiler der Zahl 84 sein müssen ?**

Lösungen Rätsel des Monats $2 \cdot 5 : 2 + 20 = 25$

Bei der Suche der kleinsten, rechteckigen Kiste, die alle 9 Würfel mit den Kantenlängen 1 bis 9 «einräumt», drängt es sich im **Jahr 25** geradezu auf, mit einer kleinen Anzahl Würfel zu experimentieren. Konkret suchen wir eine optimale Schachtel, die den ersten **2** Würfeln – die Würfel mit den Volumen 1 und 8 – Platz bietet. Anschliessend beschäftigen wir uns mit einer rechteckigen Schachtel, welche die ersten **5** Würfel beherbergt.

Überrascht uns diese Liaison **der Zwei** und **der Fünf** wirklich? Und ob ! Selbst **25-er** Fetischisten dürften staunen, dass der Leerraum jeweils präzise **25%** beträgt !

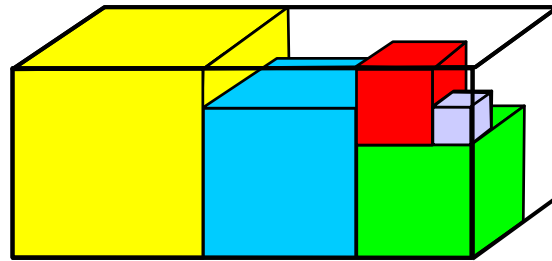


2 – er Variante

Kiste: $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

V_{Würfel} = $8 + 1 = 9$

Delta: $9 : 12 = 25\%$



5 – er Variante

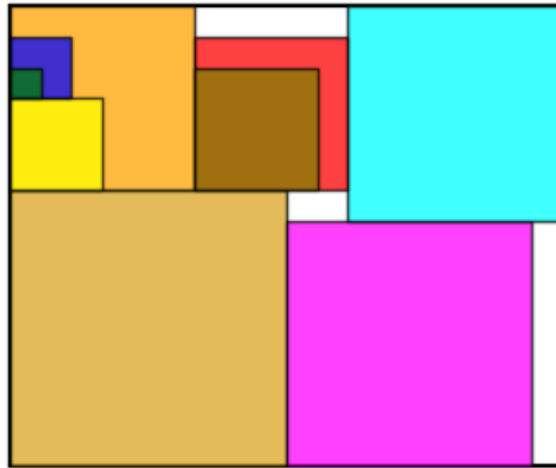
Kiste: $12 \cdot 5 \cdot 5 = 300$

V_{Würfel} = $125 + 64 + 27 + 8 + 1 = 225$

Delta: $225 : 300 = 25\%$

Armin Widmer verdanken wir folgende Liste, die zudem aufzeigt, dass nur die **2-er** und **5-er** Variante mit einem Delta von **25%** «liebäugeln» !

Anzahl	Länge	Breite	Höhe	V (Kiste)	V (Würfel)	Delta
2	3	2	2	12	9	25 %
3	5	3	3	45	36	20 %
4	7	5	4	140	100	28.57 %
5	12	5	5	300	225	25 %
6	11	9	6	594	441	25.76 %
7	13	11	7	1001	784	21.68 %
8	15	13	8	1560	1'296	16.92 %
9	18	15	9	2'430	2'025	16.67 %
20	39	39	33	44'100	50'193	12.14 %



So lassen sich die 9 Würfel in der Schachtel 18 x 15 x 9 verpacken !

Es gibt übrigens nur ein Tripel (18 – 15 – 9), das die 3 Ungleichungen erfüllt !

$$(1): l \geq b \geq h \geq 9 \quad (2): 4430 \geq l \cdot b \cdot h \geq 2025 \quad (3): l \geq \sum_k^9 k \quad k = \frac{b+1}{2}$$

Weitere Details stellen wir auf Anfrage gern zur Verfügung !

Die **Zahl 84** stellt uns folgende 11 Teiler zur Verfügung :

1	2	3	4	6	7	12	14	21	28	42
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

Zur Bildung der **Summe 84** gibt es nur **sechs Varianten**,
die auf den Teiler **42** , nicht aber auf die **28** verzichten.

1	2	3	4	6	7	12	21	28	2	7	12	14	21	28	
1	2	6	12	14	21	28			2	3	4	12	14	21	28
1	3	4	6	7	14	21	28		3	6	12	14	21	28	

Das Auffinden der restlichen **19 Varianten**, um das Ziel von **25 Varianten** zu verewigen, erweist sich gemäss **Felix Huber** als kreative Fingerübung. Den Start bis zum krönenden Abschluss wollen wir indes nicht vorenthalten.

1	2	3	4	6	12	14	42	1	2	4	7	28	42
				7	14	21	42			14	28	42	