

Wenn **ZWEI** eines **SECHS** - tetts gleichzeitig müssen ,
verbleibt ein **zauberhaftes** Quartett !



Kunst **I**st , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Felix Huber felix.68@gmx.ch

Rolf Knobel rolf.knobel@bluewin.ch

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

Rätsel des Monats $2 \cdot 6 \cdot 2 + 2 + 0 \cdot 2 \cdot 6 = 26$

Spiel des Jahres 26

Idee Armin Widmer , Rolf Knobel und Peter Hammer

Gute Frage: Warum nicht ? Ja – warum sollen sich ausgerechnet im **Jahr 2026** die Ziffern **2** und **6** einerseits liebkosen und sich andererseits duellieren ?

Darin sind wir uns einig: Die fairsten Wetten gestatten dem Vis-à-vis, zuerst eine Variante zu wählen, insbesondere wenn alles nicht so leicht zu durchschauen ist.



Variante A Wir werfen **zwei Würfel** und verlangen, dass einer der beiden, aber nicht beide Würfel eine **Sechs** zeigt.

Variante B Wir werfen **sechs Würfel** und setzen darauf, dass genau einer dieser sechs Würfel eine **Zwei** anzeigen wird.

Um bei der Variante A, die Erfolgchance zu berechnen, haben wir leichtes Spiel. Von den 36 Möglichkeiten sind deren zehn günstig:

$$\frac{10}{36} \approx \underbrace{27.777778}_{6} \%$$

$$1/6 - 6/1 \quad 2/6 - 6/2 \quad 3/6 - 6/3 \quad 4/6 - 6/4 \quad 5/6 - 6/5$$

Bevor wir bei der Variante B die Anzahl günstiger Fälle berechnen, versuchen wir ohne Hilfsmittel abzuschätzen, wie gravierend sich die Maxime «ein und nur ein Zweier» sich auswirken kann.

Frage **Wie gross ist die Chance, dass bei sechs Würfeln genau ein Würfel eine Zwei anzeigen wird ?**

Selbstverständlich drängt es sich auf, eine allgemein gültige Formel zu ermitteln. Gesucht wird somit eine Funktion, so dass bei n Würfeln eine bestimmte Zahl – zum Beispiel die Zwei – einzigartig ist. Diese Zahl muss somit vorhanden sein, darf aber nicht mehrmals auftauchen.

Lösungen **Rätsel des Monats** $2 \cdot 6 \cdot 1 + 2 + 0 + 2 \cdot 6 = 26$



$$5 \cdot 5^4 = 3'125$$

Damit liegt die Formel respektive die Chance dieses Würfelduell auf dem Pult.

$$p(n) = \frac{n \cdot 5^{n-1}}{6^n}$$

Die berühmte Zauberformel «günstig über möglich» deckt bei unserer Aufgabe, mit n Würfeln eine und nur eine bestimmte Ziffer zu werfen, ein Phänomen auf. Ob wir mit fünf oder mit **sechs** Würfeln versuchen, die **Zwei** zu vergolden, die Chance ist identisch.

günstige Fälle	1	10	75	500	3'125	18'750
mögliche Fälle	6	36	216	1'296	7'776	46'656

Durch das Auflisten der günstigen und möglichen Fälle, wird diese Identität mit fünf oder sechs Würfeln leicht verständlich. Sowohl der Sprung von 3'125 auf 18'750 als auch der Sprung von 7'776 auf 46'656 basiert auf dem Faktor 6.

Anzahl Würfel	1	2	3	4	5	6
Chance %	16.67	27.78	34.72	38.58	40.19	40.19

Armin Widmer : «Dies lässt sich verallgemeinern: Wenn wir mit k-seitigen Würfeln spielen – zum Beispiel mit Dodekaedern (k = 12) – so wird ein Maximum für k = n erreicht. Beim Dodekaeder als Beispiel ist die beste Chance mit 11 oder 12 Würfeln.»

$$p(k,n) = \frac{n \cdot (k-1)^{n-1}}{k^n}$$

Wer gern mit Würfeln und «Wahr-Schein-lichkeiten» spielt, stellt sich Zusatzfragen.

- Wie verändert sich die Chance, wenn der Spieler mit 2 Würfeln beginnen darf ?
- Welche Auswirkung hat es, wenn der Spieler mit 6 Würfeln beim Werfen von mehr als nur einer Zwei sofort verliert ?

Ziel **Summe 8 Augen** mit zwei Würfeln



Phase mit zwei Würfeln

Es gibt **5 Bilder** mit **8 Augen**

2 / 6 , **6 / 2** , **3 / 5** , **5 / 3** , **4 / 4**

Chance für 8 Augen beim 1. oder 2. Wurf $1 - \left(\frac{31}{36}\right)^2 = 1 - \frac{961}{1'296} = \frac{335}{1'296}$

Phase mit einem Würfel

Für das Bild 1 / 1 im zweiten Wurf : Keine Chance in der Ein-Würfel-Phase

Für alle anderen $36 - 5 - 1 = 30$ Bilder im 2. Wurf :

Chance beim 3. oder 4. Wurf $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36} \Rightarrow \frac{30}{31} \cdot \frac{11}{36} = \frac{55}{186}$

Phase 1 und 2: $\frac{335}{1'296} + \frac{961}{1'296} \cdot \frac{55}{186} = \frac{3'715}{7'776} \Rightarrow 47.76\%$

Summe 9 anstatt 8 $\frac{307}{729} \Rightarrow 42.46\%$

Summe 10 anstatt 8 $\frac{449}{1'296} \Rightarrow 34.65\%$ **Summe 11** **25.23%** **Summe 12** **13.73%**

Wenn wir diese Ergebnisse mit unserer KI-Statistik mit **2'026** Spielen verknüpfen, bleiben wir unter dem effektiven Wert, die das **Spiel des Jahres 26** bei optimaler Spielweise verspricht.

Armin Widmer und **Rolf Knobel** haben unabhängig voneinander auf unsere fragwürdige KI-Statistik, die wirklich nicht optimal ist, verzichtet und nachgewiesen, dass KI mittlerweile solche Spielereien mit dem Zufall im Griff haben:

« **Gemini** und **ChatGPT 5.2** sind beide zum selben Resultat gekommen: Bei optimaler Spielweise werden **47.87 %** aller Spiele gewonnen ! ...

... und hier zum Schluss eine lustige Formel, um die Wahrscheinlichkeit für die Summe k mit n Würfeln zu berechnen (Inklusionsprinzip) : »

$$P_n(t) = \frac{1}{6^n} \sum_{k=0}^{\left\lfloor \frac{t-n}{6} \right\rfloor} (-1)^k \binom{n}{k} \cdot \binom{t-6k-1}{n-1}$$