

Kunst ist , Bewährtes zu erhalten !



Fabio Parizzi , Rapperswil / SG / CH

Kunst ist , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer

chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer

widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber

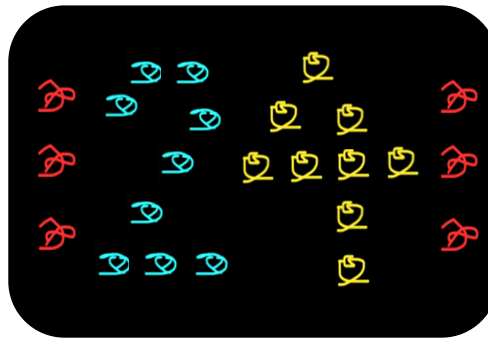
felix.68@gmx.ch

Rätsel des Monats $- 2 + 4 \cdot 7 - 2 + 0 = 24$

ver – und geteilt

Idee Felix Huber und Peter Hammer

Wenn wir zu **aufteilen** wollen, so leichtes Spiel, wenn zufällig bei den **24** Sorten durch drei der Grösse nicht



dritt Edelsteine korrekt haben wir nur dann zum Beispiel rein **Edelsteinen** alle drei teilbar sind und sich in unterscheiden.

Vor rund zweimal **24 Jahren** sind wir diesem spannenden Verteilungsproblem erstmals begegnet, und zwar in einer abgelegenen «Spunte» im Innern von Brasilien. Diamanten, Smaragde, Topase und Turmaline, um nur vier Sorten zu nennen, lagen auf dem Tisch der drei Edelsteinjäger. Es galt, diese Edelsteine korrekt untereinander **aufzuteilen**.

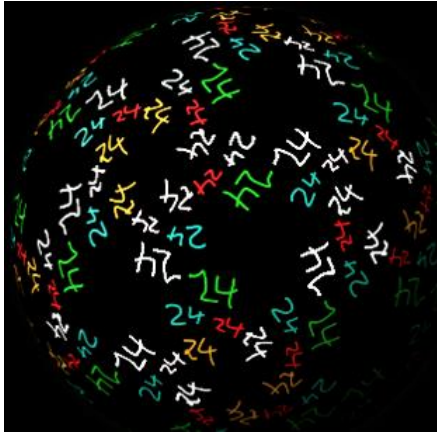


Von unserem Vorschlag, es wird zuerst gewürfelt, wer beginnt, und dann wird abwechselungsweise ein Stein genommen, und zwar in der Reihenfolge **A – B – C – C – B – A – B – C ...**, wollten sie ebenso wenig wissen wie von der Idee, alles zu verkaufen und den Zaster **aufzuteilen**. Die zweite Variante scheiterte ohnehin auf Anhieb, da jeder der drei Schürfer anschliessend seinen eigenen Weg ging und deshalb die Beute sofort zu **verteilen** war.



Zu zweit, zum Beispiel einen Hausrat, fair **aufzuteilen**, ist bestens bekannt. Der eine bildet zwei Hälften, der andere darf einen **Teil** auswählen. Aber zu dritt ? Unsere drei Helden dieser wahren Geschichte, verblüfften uns mit einer eleganten Teilung, die weder Neid noch Unzufriedenheit toleriert !

Frage **Wie lässt sich eine Menge verschiedener Edelsteine zu dritt aufteilen, wonach für jeden der Dreien die Verteilung stimmen wird ?**



Bitte nicht nachzählen ! **24** Vier-und-Zwanziger sind zufällig weiss respektive farblos. Die Botschaft ist klar. Auch wenn es noch so dunkel in einem Raum ist, auf unserer Kugel kann sich die **24** zumindest in diesem Jahr unmöglich verstecken ! Ob die **24** weissen Vier-und-Zwanziger schön **verteilt** sind, ist eine ganz andere Frage. Aber es ist der perfekte Übergang zu Teilersummen.

Bei einer **Teilersumme** werden alle **Teiler** – inklusive eins und die Zahl selbst – aufgelistet und addiert. Betrachten wir hierzu zwei Beispiele:

$$14: 1, 2, 7, 14 - \text{Summe } 24 \quad , \quad 15: 1, 3, 5, 15 - \text{Summe } 24$$

Ob es ein weiteres, benachbartes Paar – analog zu **14** und **15** – mit einer Teilersummen-Identität geben wird, ist zweifelsohne oder ohne Zweifel keine Frage.

Frage: Wie sind die Zahlen **24** und 38 verknüpft ? Ganz einfach: Beide haben die Teilersumme 60. Damit lässt sich eine amüsante **24-er-Teiler-Entdeckung** von **Felix Huber** perfekt einbetten.

Frage Welche drei natürlichen Zahlen erfüllen folgende Eigenschaften ?
A, B und C haben die gleichen Teilersummen.
 $A > B > C$ und $A + B - C = 24$

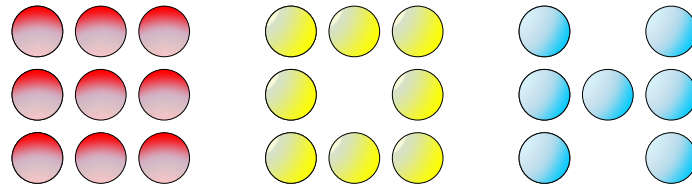
Lasst uns mit der Zahl **24** starten, um herauszufinden, was hinter einer **Teilersummen-Folge** steckt. Die Teilersumme von **24** ist **36**, die Teilersumme von **36** ist **55**, von **55** ist **17** und schliesslich von **17** ist **1**. Es ist klar: Jetzt wird, im Gegensatz zu oben, die Zahl selbst als Teiler ausgeklammert. Zudem erzeugt eine neu entstandene Teilersumme eine weitere Teilersumme, bis meistens, aber nicht immer, die **Teilersummen-Folge** bei einer Primzahl respektive bei einer 1 endet. Mit diesem Prozedere erhalten wir die oben erwähnte Folge **24, 36, 55, 17, 1**.

Zwei weitere Beispiele: **48, 76, 64, 63, 41, 1** **72, 123, 45, 33, 15, 9, 4, 3, 1**
 Unerwünscht für uns ist der Start **4024**, denn diese Folge besteht aus 25 Gliedern.

Frage Welche Teilersummen-Folge, die mit einer Tausenderzahl mit den Endziffern **24 (??24)** startet, hat präzis **24** Glieder ?

Lösungen Rätsel des Monats $- 2 + 4 \cdot 7 - 2 + 0 = 24$

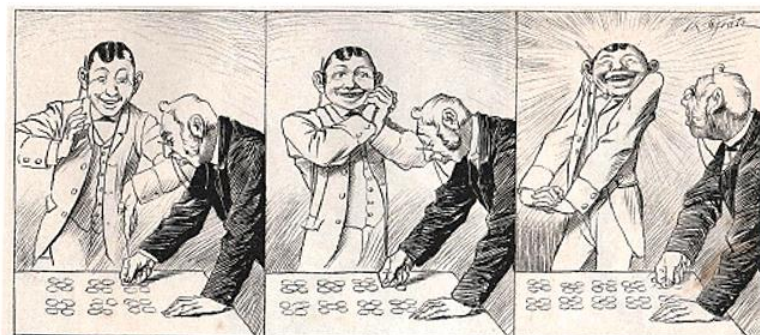
Bevor **Divisor**, **Elitor** und **Supervisor** verschiedene Wege einschlagen, wollen sie ihre Beute (**24 Edelsteine**) fair untereinander aufteilen. Der Würfel bestimmt, wer die Dreiteilung gestalten darf und den Fang in drei gleich grosse Teile zerlegen darf aus seiner Sicht !

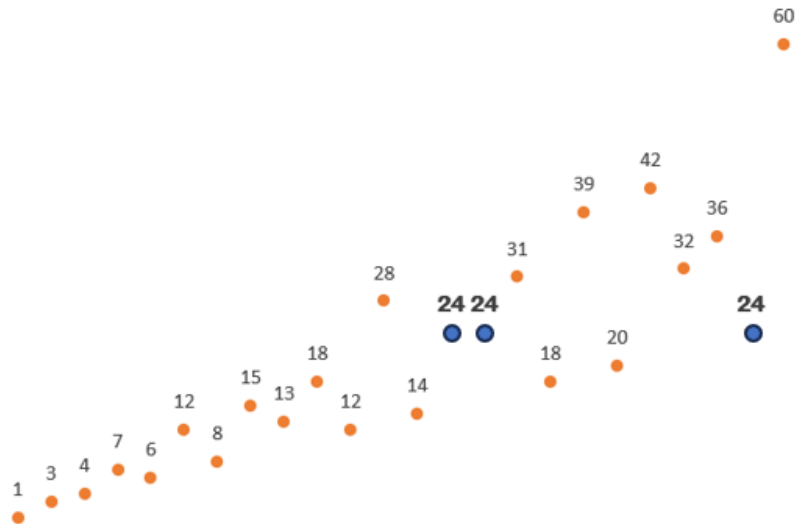


Divisor, der «namentlich» Ausserwählte, lässt sich nicht zweimal bitten, zumal er den Spielraum auszunützen weiss. Seine Häufchen-Bildung $9 - 8 - 7$ ist zwar mengenmässig nicht fein abgestimmt, aber dies erhöht seine Chance, dass weder **Elitor** noch **Supervisor** den kleinen Haufen mit den 7 Edelsteinen, der seinen Lieblingsstein enthält, wählen wird. So oder so – diese Aufteilung stimmt für **Divisor**.

Nun kommen **Elitor** oder **Supervisor** zum Zug. Wer die höhere Zahl wirft, darf eines der drei Häufchen auswählen. Für **Elitor**, der dieses Duell gewinnt, ist der Fall klar. Er will das Häufchen mit den neun Steinen. Möchte **Supervisor** ohnehin ein anderes Häufchen, so ist alles geklärt und die Fairness spendet Beifall.

Will aber **Supervisor** ebenfalls dieses 9-er-Häufchen, muss er es um einen Stein verkleinern, damit er es erhält. Somit gilt: Wer das gleiche Häufchen will, insbesondere weil es aus seiner Sicht im Vergleich zu den anderen Häufchen zu gross ist, muss es verkleinern und es als Pflicht nehmen. Somit gilt: «Wer verkleinert, muss zugreifen!» Es sei denn, der Gegenspieler will das Häufchen nochmals verkleinern. Ist einer der Dreien bedient, gilt das bekannte Prozedere: «Der Eine teilt, der Andere wählt !»





Da soll noch jemand behaupten, die **Zahl 24** sei keine prägnante Persönlichkeit in der Zahlen-Schublade ! Betrachten wir alle Teilersummen von **1 bis 24**, so taucht die **Summe 24** gleich dreimal auf:

$$14 (14 + 7 + 2 + 1) \quad 15 (15 + 5 + 3 + 1) \quad 23 (23 + 1)$$

Ohne eine Zugabe lässt sich bei uns der Beifall nicht teilen ! Es bedarf noch einer subtilen Abrechnung: $15 + 23 - 14 = 24$

Armin Widmer: «Wird die Forderung $A > B > C$ und $A + B - C = 24$ gelockert und lediglich verlangt, dass A, B und C paarweise verschieden sind, dann gibt es viele weitere Beispiele: $24'871 + 9'240 - 34'087 = 24$, $20'048 + 23'925 - 43'949 = 24$... »

Ein schneller **Teilerfolg** bei der Suche von bestimmten **Teilerfolgen** ist mit dem empfehlenswerten Programm «WinFunktion Mathematik plus 21» gewährleistet. Es bietet 790 Teilprogramme, die rund 3'724 Themen behandeln.

Zur Erinnerung: Bei den Teilerfolgen wird die Zahl selbst nicht berücksichtigt ! So führt zum Beispiel die **Zahl 24** zur Folge: **24**, 36, 55, 17, 1

Wer eine Folge mit **24 Gliedern** sucht, kann beispielsweise mit 5'324 starten:

$$5'324, 4'924, 3'700, 4'546, 2'276, 1'714, 860, 988, \\ 972, 1'576, 1'394, 874, 566, 286, 218, 112, \\ 136, 134, 70, 74, 40, 50, 43, 1$$