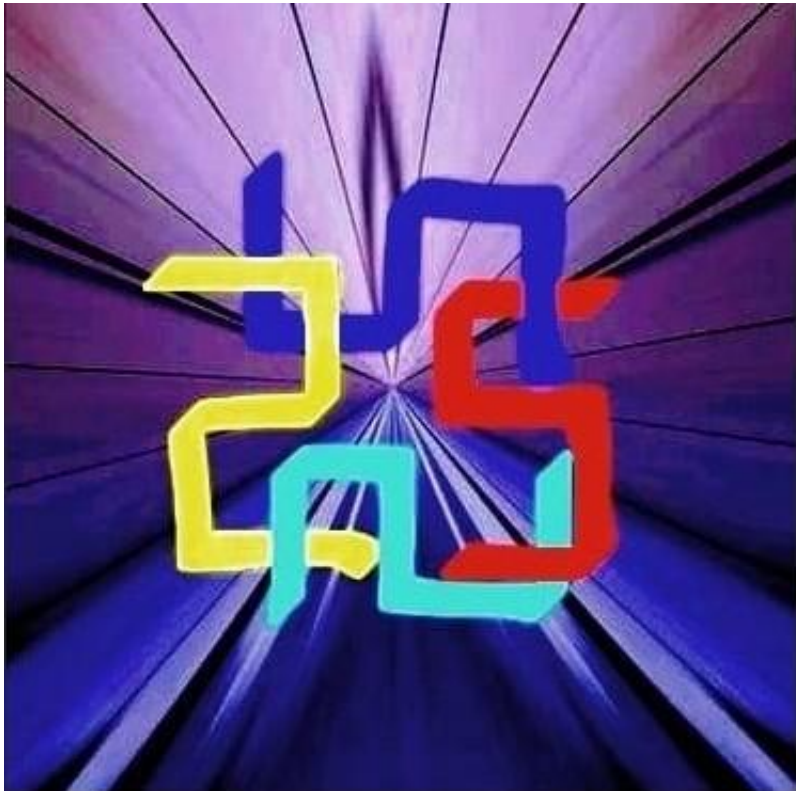


Kunst ist , Bewährtes zu erhalten !



Kunst ist , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer

chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer

widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber

felix.68@gmx.ch

Rätsel des Monats $2 \cdot 5 + 6 + 2 + 0 + 2 + 5 = 25$

Känguru **I**nfluenzia

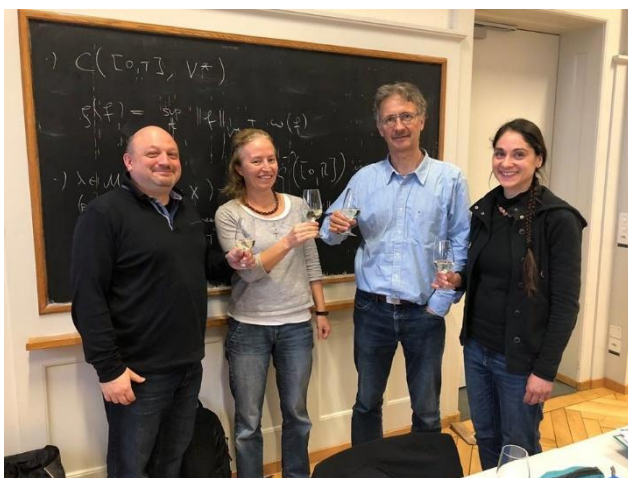
Idee **Werner Durandi** , **Felix Huber** , **Armin Widmer** und **Peter Hammer**

Wer beim Känguru-Test eine der ideenreichen und raffinierten Aufgaben nicht nur lösen, sondern zugleich deren «Werdegang» erklären kann, ist geneigt, wie ein Känguru einen Luftsprung zu machen ! Aber «Mathe mit dem Känguru» hat einen anderen, einen geographischen Ursprung. Im Jahr 1978 lancierte der Mathematik-Lehrer Peter O'Holloran aus Sydney den Test in Australien mit rund 120'000 Lernenden.

Mittlerweile ist der Känguru-Test, der jeweils im März in die Schulzimmer «flattert», der grösste Wettbewerb weltweit, an dem sich mehr als 100 Länder beteiligen. Aus der Ausgabe **2025** lassen wir uns die Aufgabe **Nr. 25** der höchsten Klassenstufe (9 und 10) auftischen. Übrigens, dies ist ein Beitrag aus China:

Frage Die sechsstellige Zahl **ABC'DEF** wird mit den Ziffern **1 , 2 , 3 , 4 , 5** und **6** gebildet, wobei jede Ziffer genau einmal vorkommt.
Die Zahl **AB** ist ein **Vielfaches** von **2** , die Zahl **ABC** von **3** , **A'BCD** von **4** , **AB'CDE** von **5** und **ABC'DEF** ein Vielfaches von **6**.
Welche Ziffer entspricht dem letzten Buchstaben F ?

Fairerweise ist zu erwähnen, dass eine Auswahl von fünf Zahlen als Lösung zur Verfügung stehen und dadurch die Suche nach des Rätsels Lösung erleichtert wird.



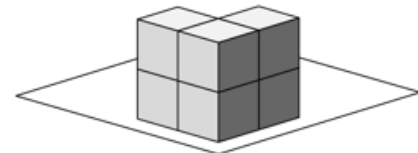
Beat Flückiger , **Meike Akveld** , **Werner Durandi**
und **Maria Cannizzo** (von links nach rechts)

Einer, der sich in der Schweizer-Szene bestens auskennt, ist **Werner Durandi**. Er war 2018 bei der Gründung des Vereins «Känguru Schweiz» Mitinitiant. Auf die Frage, ob seine über Jahre hinweg kreativen Ideen auch im Jahr **2025** unter den insgesamt 90 Aufgaben den «Känguru-Sprung» Mathe-Heft schaffte, erklärt er:

«Es ist sehr anspruchsvoll, Aufgaben zu kreieren, die umgesetzt werden. Es gibt mittlerweile viel zu viele Vorschläge aus mehr als 100 Ländern. Für den Wettbewerb **2025** habe ich keine Aufgaben eingereicht. Verbesserungen an der Känguru-Plattform hatte erste Priorität.»

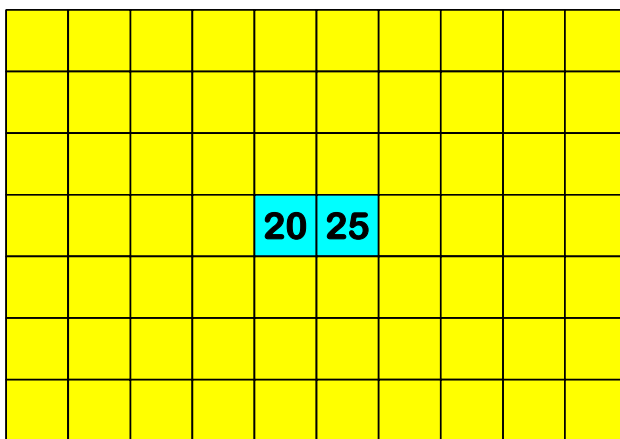
Nichtsdestoweniger haben wir **Werner Durandi** aufgefordert, uns ein «Durandi-Bijou» aus früheren Zeiten zu servieren !

Das hier gezeigte Objekt besteht aus 6 gleich grossen Würfeln, die auf einer Fläche stehen. Wie viele weitere Würfel dieser Grösse könnten maximal dahinter stehen und durch das Objekt verdeckt sein?



- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Selbstverständlich darf eine **20-25-er** Gedanken-Spielerei nicht fehlen !



In jedem Feld dieses Rechteck der Grösse 7x10 steht eine ganze Zahl. Die Summe aller Zahlen eines beliebigen Rechtecks der Grösse 3x4 oder 4x3 beträgt null. Die Zahlen **20** und **25** stehen in den Feldern in der Mitte. Wie gross ist die Summe aller Zahlen in diesem 7x10 Rechteck.

Schliesslich würde auch das folgende Problem von **Felix Huber** – das hier Premiere feiert – perfekt in die Denkschulung der «**K änguru I nfluenzia**» passen.

Frage an **KI** (Claude): Bei welchen natürlichen Zahlen beträgt die Summe **25** und zugleich ist das Produkt maximal? **KI**: « ... **Das Maximum ist $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3'125$.** » Und warum nicht $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 = 8'748$? **KI**: «**Das ist deutlich grösser. Meine ursprüngliche Analyse war unvollständig ! Die entscheidende Einsicht ist ...** » Somit bist du alles andere als perfekt ! **KI**: «**Definitiv. Ich habe mehrere Dinge falsch gemacht ! ...** »

Vorschlag: Wir lösen das attraktive, «felixianische» Zahlenrätsel ohne Hilfsmittel !

Frage **Wie gross ist das maximale Produkt aus verschiedenen natürlichen Zahlen mit der Summe 25 ?**

Lösungen Rätsel des Monats $2 \cdot 5 + 6 + 2 + 0 + 2 + 5 = 25$

Aufgabe aus China A B C D E F 1 2 3 4 5 6

AB:2 / ABC:3 / ABCD:4 / ABCDE:5 / ABCDEF:6

gerade Ziffern (2, 4, 6): B, D und F E = 5 daraus folgt **A + C = 4 (*)**

Weil die dreistellige Zahl ABC durch 3 teilbar ist, muss auch $A + B + C$ durch 3 teilbar sein ! <https://www.matheretter.de/wiki/teilbarkeit-durch-3>

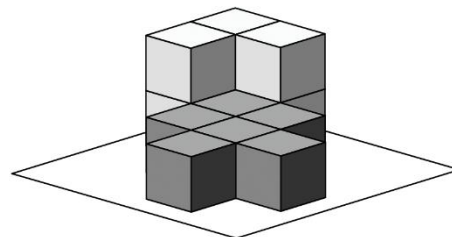
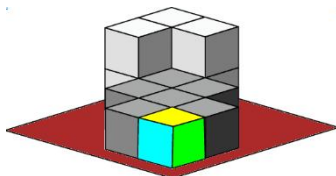
(*) **B + 4 (= A + C + B)** muss durch 3 teilbar sein. Somit gilt: **B = 2**

ABCD = 123D oder 321D Diese beiden Varianten lassen nur durch 4 teilen, wenn **D = 6** ist ! Somit bleibt für **F** keine Wahl – die Ziffer **4** ist das «Festmahl».

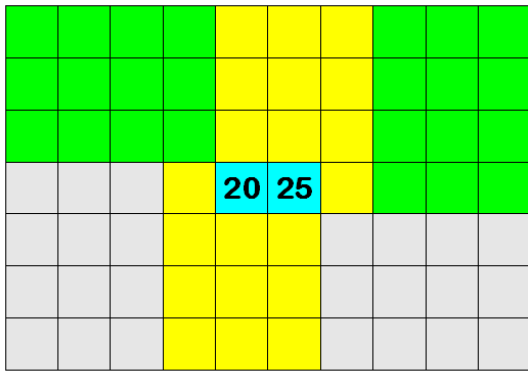
Die beiden Zahlen, welche die 5 Teilungskriterien erfüllen, sind **123'654** und **321'654**.

Armin Widmer: «Diese reizende Känguru-Aufgabe wurde von den beiden **KI mit Reasoning** souverän gelöst. Das **ChatGPT** hat zwar ein korrektes Python-Skript generiert, aber die falsche Antwort $F=6$ herausgespuckt. Auf meine Reklamation hin hat ChatGPT optimal reagiert, nochmals das gleiche Skript generiert und korrekt mit **F = 4** geantwortet. Es kommt öfters vor, dass einzelne KIs nicht in der Lage sind, den eigenen Output zu verstehen !»

ChatGPT	https://chatgpt.com/?model=auto	ohne reasoning
Deepseek	https://chat.deepseek.com/	R1 mit reasoning
Poe	https://poe.com/	o3-mini mit reasoning



Mit unserem Vorschlag (Abbildung links) konnte sich **Werner Durandi** nicht anfreunden ! Unser Gebilde war ihm offensichtlich etwas zu farbenfroh. Aber wer wagt einem Experten, der sich über Jahre hinweg auszeichnete, zu widersprechen. Dementsprechend haben wir keine Mühe, unseren Blickwinkel zu schärfen und die Durandi-Variante (Abbildung rechts) zu akzeptieren.



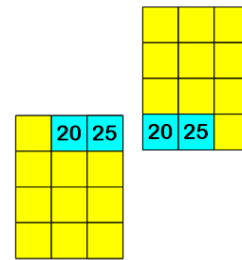
Dieser Beitrag aus **Estland** basiert auf folgender Idee:

Die Zonen **grün** und **grau** haben gemäss der Problemstellung den Wert null. Somit reduziert sich die Aufgabe auf das gelb-blaue Gebiet mit der zentrierten Zahlen **20** und **25**.

Die zwei gelb-blauen Rechtecke haben die erwünschte Grösse 3x4. Bei jedem Rechteck entsprechen die 10 gelben Felder der Summe - 45.

So ergibt sich folgende Endabrechnung:

$$0 + 0 + 0 + 0 - 45 - 45 + 20 + 25 = -20 - 25$$



Die folgende Erkenntnis bildet die Grundlage für das Rätsels von **Felix Huber**:

Je mehr Faktoren desto grösser wird das Produkt ! **Beispiel** $10 \times 9 \times 6 < 10 \times 8 \times 4 \times 3$

Das Maximum an verschiedenen Zahlen (ohne 1) mit der Summe 25 ist fünf.

Somit liegt die Lösung $3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$ auf der Hand.

Das Produkt $3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 2520$ ist sehr hübsch der Jahreszahl «angepasst» !

Und hier ist sie – die **felixianische Zauberformel**:

$$a(n) = \frac{(b+k)!}{[b! \cdot (b+k-r)]} \quad \text{für } n \geq 2 \quad ; \quad k = \text{floor} \frac{\sqrt{8n+9} - 1}{2}$$

$$b = \text{floor} \left(\frac{d}{k-1} \right) + 1 \quad ; \quad r = d \bmod (k-1) \quad ; \quad d = n - \frac{k \cdot (k+1)}{2} + 1$$

KI: «Die Funktion «**floor**» rundet immer nach unten ab !»

$$a(25) = \frac{(2+6)!}{[2! \cdot (2+6-0)]} = \frac{8!}{2 \cdot 8} = 2520 \quad ; \quad k = \text{floor} \frac{\sqrt{8 \cdot 25 + 9} - 1}{2} = 6.73 = 6$$

$$b = \text{floor} \left(\frac{5}{6-1} \right) + 1 = 2 \quad ; \quad r = 5 \bmod (6-1) = 0 \quad ; \quad d = 25 - \frac{6 \cdot (6+1)}{2} + 1 = 5$$

Armin Widmer: «Bei diesem Problem kommt **ChatGPT** erneut auf ein falsches Ergebnis (1'680 anstatt 2'520). Die beiden **KI mit Reasoning** kommen zum richtigen Ergebnis, beide aufgrund heuristischer Überlegungen: Wenig kleine Summanden und möglichst keine Lücken zwischen den Zahlen ist vorteilhaft. Auf mein «Warum?» können sie aber keinen Beweis erbringen, und geben dies auch zu !»