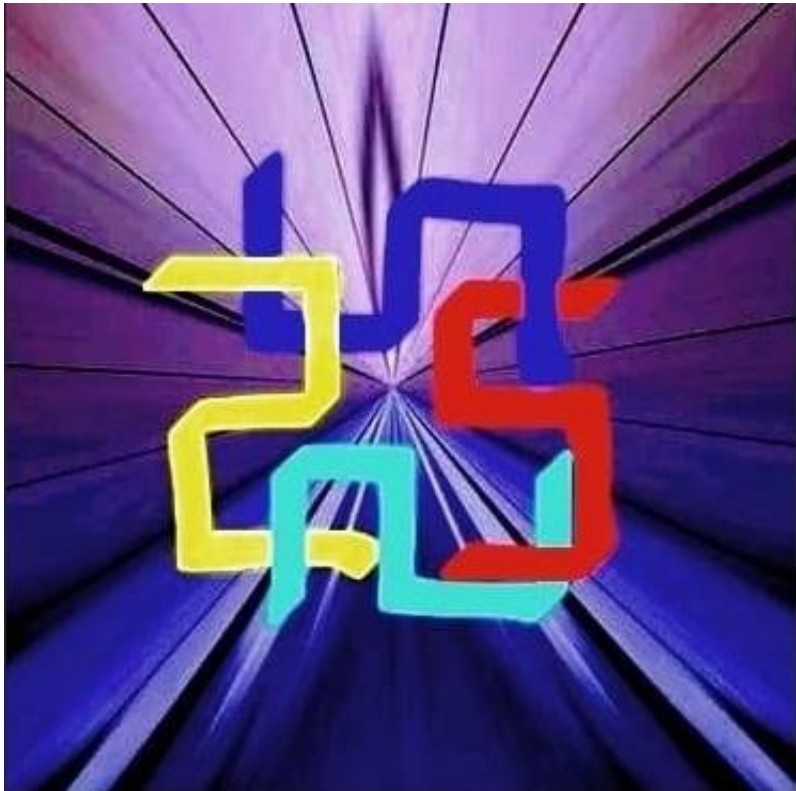


Kunst ist , Bewährtes zu erhalten !



Kunst ist , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer

chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer

widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber

felix.68@gmx.ch

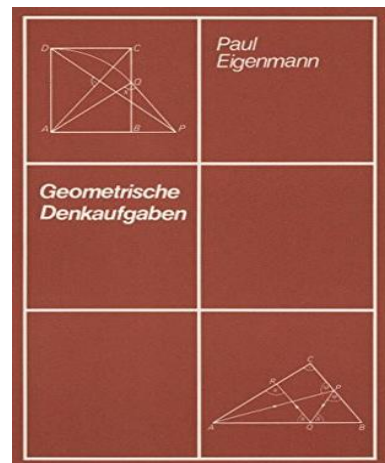
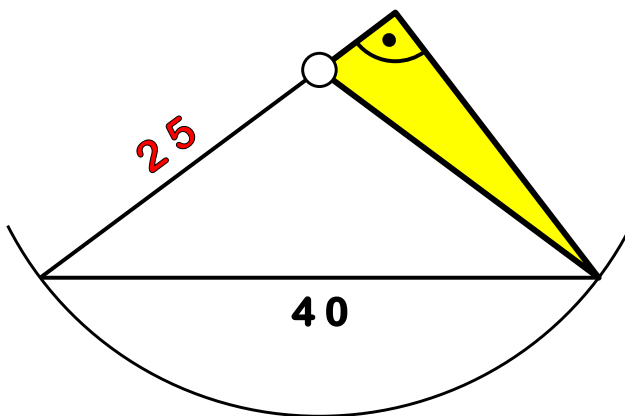
Rätsel des Monats $25 \cdot (3 - 2) + 0 = 25$

Aufgabe: denken

Idee Paul Eigenmann und Peter Hammer

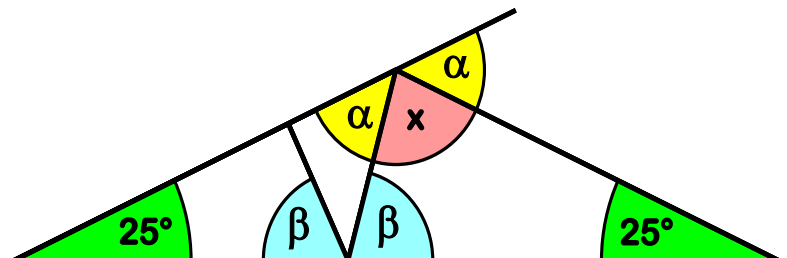
Die Kunst, Rätsel zu kreieren, besteht darin, auf den Kopf zu zielen und das Herz zu treffen ! Einer, der dies perfekt beherrschte, war zweifelsohne **Paul Eigenmann**. Seine «**geometrischen Denkaufgaben**» (Klett-Verlag 1989) treffen jedes Mathematiker-Herz, selbst wenn der Kopf ab und zu eingestehen muss, dass der Lösungsweg doch etwas schwieriger ist als angenommen.

Wie könnte es anders sein: Bei den 176 Aufgaben im ersten Teil (ohne Trigonometrie) taucht die **Zahl 25** bei den Lösungen **2-mal**, in den Skizzen der Aufgaben sogar **5-mal** auf. Angesichts des pythagoräischen Tripels **15–20–25** kann diese **25-er** Präferenz allerdings nicht überraschen !



Frage Wie gross ist der Flächen-Inhalt des gelben Dreiecks ?

Bei dieser Winkelaufgabe haben wir uns erlaubt, den Spiess umzudrehen. Bei Eigenmann ist der Winkel x bekannt und 25° gesucht !



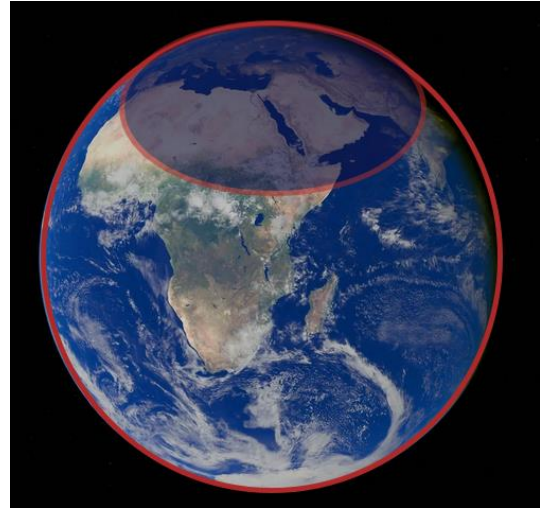
Frage Wie gross ist Winkel x ?

Kennst du die Formel der Oberfläche für die Kugelhaube ? Die Grundfläche lassen wir unberücksichtigt !

KI: «Ohne Grundfläche bezieht sich die Oberfläche nur auf die gewölbte Fläche der Kugelhaube. In diesem Fall lautet die Formel für die Oberfläche:

$$A = 2 \pi r h$$

Hierbei ist ... »



Unter der Annahme, dass die Erde kugelförmig ist, fragen wir uns: In welcher Entfernung – ausgedrückt mit dem Radius – lässt sich **25%** der Erde zu überblicken ?

KI: «Setzen wir A_{Haube} gleich **25%**, so gilt ...

Nun können wir die Gleichung auf h auflösen und erhalten ... »

Perfekt ! Wir haben **25 Franken** gewettet, dass du diesen Klassiker lösen wirst !

Frage Auf welcher Höhe – ausgedrückt durch den Kugel-Radius – lässt sich auf **25%** der Kugel blicken ?

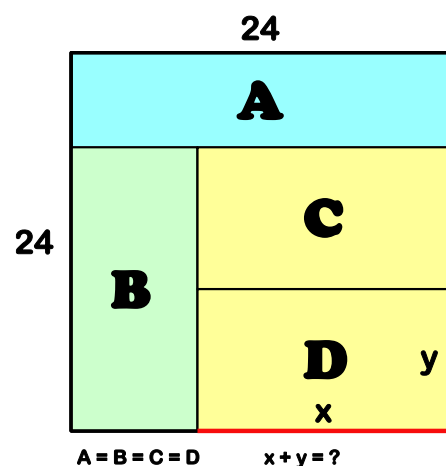
Kennst Du das Büchlein «Geometrische Denkaufgaben» von Paul Eigenmann ?

KI: «Ja, ich kenne es. Das Buch enthält verschiedene geometrische Denkaufgaben, die sich besonders für den Unterricht eignen.»

Im Netz variieren die Preise von **zweimal 25 Euro** bis zu **fünfmal 25 Euro** für dieses «nur» 61 Seiten umfassende Büchlein. Dies ist gewiss auch für uns ein zusätzlicher Denkanstoß, in eine weitere, eher leichte Aufgabe hineinzudenken, bei der die **Zahl 25** wörtlich «halb umfasst» wird !

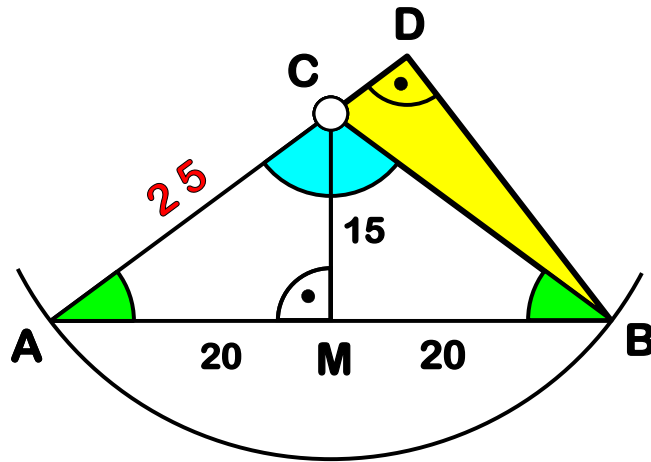
Frage Wie gross ist der halbe Umfang des Rechtecks D im Quadrat $(A + B + C + D)$ mit der Seitenlänge 24 ?

Es gilt: $A = B = C = D$



Lösungen Rätsel des Monats $25 \cdot (3 - 2) + 0 = 25$

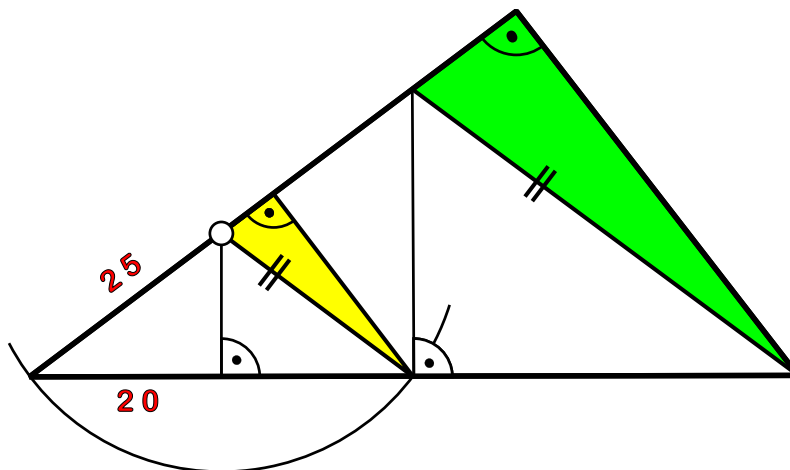
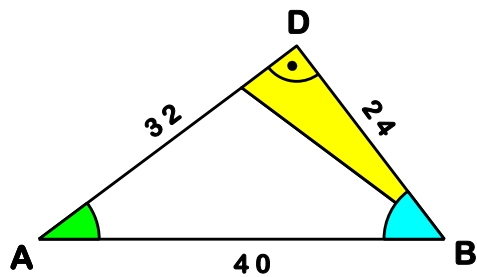
Die beiden Dreiecke (AMC und ABD) haben die Struktur $3x - 4x - 5x$!



$$A_{\text{gelb}} = A_{\triangle ABD} - A_{\triangle ABC} = 84$$

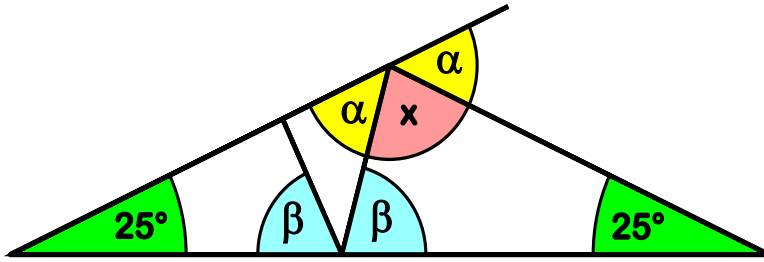
$$A_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 32 = 384$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 15 = 300$$



Zusatzfrage Wie viel Prozent beträgt der Flächeninhalt des gelben Dreiecks bezüglich des Flächeninhalts des grünen Dreiecks ?

Braucht es alle Angaben, um das Verhältnis zwischen den Flächeninhalten (gelb – grün) zu bestimmen ?



I: $25^\circ + \alpha = \beta$ (Aussenwinkel-Satz)

II: $x = 180^\circ - 25^\circ - \beta = 155^\circ - 25^\circ - \alpha = 130^\circ - \alpha$

III: $x = 180^\circ - 2\alpha$; II = III: $\alpha = 50^\circ$; $x = 80^\circ$

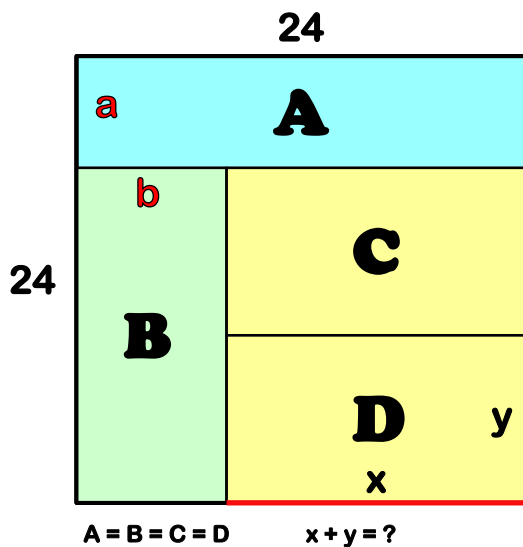
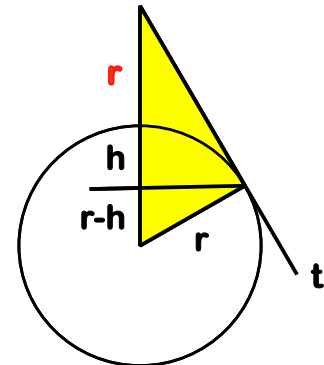
direkter (1): $x = 180^\circ - 2\alpha$ (2): $\alpha + x = 180^\circ - 50^\circ$

Bei einem Abstand von r ist ein Viertel respektive **25%** der Kugeloberfläche sichtbar.

$$r^2 = 2r \cdot (r - h) \Rightarrow 2rh = r^2$$

$$h = \frac{r}{2}, \quad A_{\text{Haube}} = 2r \pi h = r^2 \pi$$

$$r^2 \pi : 4r^2 \pi = 1:4 \Rightarrow \mathbf{25\%}$$



$$A_{\text{tot}} = 576$$

$$A_{\text{Rechteck}} = 576 : 4 = 144$$

$$a = 144 : 24 = 6$$

$$b = 144 : (24 - 6) = 8$$

$$x = 24 - 8 = 16, \quad y = 144 : 16 = 9$$

$$x + y = 25$$