

Wenn **ZWEI** eines **SECHS** - tetts gleichzeitig müssen ,  
verbleibt ein **zauberhaftes** Quartett !



**K**unst **I**st , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer [chaosachso21@gmail.com](mailto:chaosachso21@gmail.com)

Felix Huber [felix.68@gmx.ch](mailto:felix.68@gmx.ch)

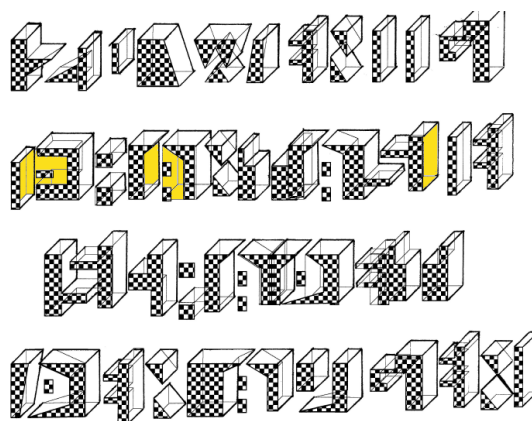
Rolf Knobel [rolf.knobel@bluewin.ch](mailto:rolf.knobel@bluewin.ch)

Armin Widmer [widmer.ar@bluewin.ch](mailto:widmer.ar@bluewin.ch)

Rätsel des Monats  $2 \cdot 6 \cdot 3 + 2 + 0 - 2 \cdot 6 = 26$

## PHANTASIE

Idee Armin Widmer , Felix Huber , Rolf Knobel



Zu wenig **PHANTASIE** schadet den Augen !

Viel **Phantasie**, eher zu viel **Phantasie** braucht es, um folgerichtig die folgende Folge thematisch einzuordnen !

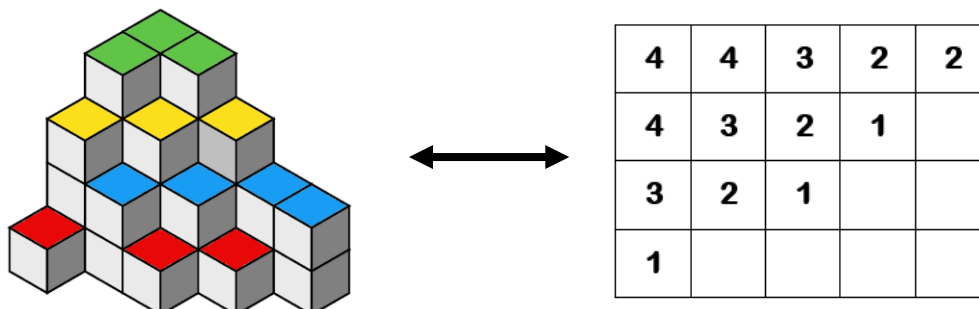
**1, 0, 1, 0, 1, 2, 0, 3, 0, 3, 0, 3, 5, 0, 5, 0, 9, 3, 5, 0, 7, 0, 9, 13, ...**

Triangle read by rows :

$T(n, k)$  is the number of plane partitions of  $n$  with  $k$  smallest parts !

Früher oder später landen wir bei der «Enzyklopädie of integer sequences» **OEIS** respektive bei der Folge **A392357**. <https://oeis.org/A392357>

Um ein Gefühl für die ( versteckten ) **Ebenen-Partitionen** zu erhalten, drängt sich ein illustrierende Beispiel auf, das ein dreidimensionales Gebilde «flachdrückt».



**n**: Summe aller Zahlen ( 32 ) - **k**: Anzahl der kleinsten Zahl ( 1 + 1 + 1 = 3 )

Es ist zweifelsohne anspruchsvolle Thema manipulieren, dass an die **Zahl 26** auftauchen Idee hat **Felix Huber** Frage serviert :



ein sehr edles Ziel, das **Ebenen-Partitionen** so zu der **2 + 6** – ten präzisierte Stelle wird. Diese phantasievolle Entdeckung und uns folgende

**Frage** Mit welcher Restriktion bei den Ebenen-Partitionen generieren wir die Folge : 1 , 1 , 3 , 3 , 9 , 9 , 22 , **26** , 54 , 65 , 131 , ... ?

**Tipp** Ab und zu ist «mini-minimal» maximal !

Wir haben **KI ( Copilot )** des Rätsels Lösung verraten und nach a ( 4 ) gefragt. **KI** hat vier Varianten aufgelistet und nicht realisiert, dass [ 2 , 2 ] unerwünscht ist !

$$a(4) = 3 \quad [4] , [3,1] , \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{falsch } [2,2]$$



Wer wie **Rolf Knobel** Süßigkeiten so «gewichtet», dass der Verdauungsprozess thematisch wird, hat eine süße **PHANTASIE** ! Die einzelnen Leckerbissen haben ein Gewicht von 5 , 10 , 20 und 40 Gramm und laden ein, beliebig zu kombinieren ! Zum Beispiel erreichen wir mit vier kleinen Stücken ( 4 x 5 g ) plus einem grossen Stück ( 40 g ) die in unserer Aufgabe erstrebenswerten 60 Gramm.

**Frage** Auf wie viele Arten lassen sich **60 Gramm** bilden ? Zur Auswahl stehen uns nur die vier Sorten 5 g , 10 g , 20 g und 40 g.

Auf wie viele verschiedenen Arten lassen sich **70 Gramm** bilden, wenn uns erneut die vier gleichen Sorten zur Verfügung stehen ?

**Lösungen**    **Rätsel des Monats**     $2 \cdot 6 \cdot 3 + 2 + 0 - 2 \cdot 6 = 26$

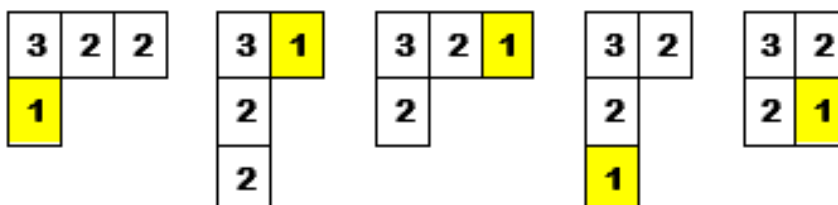
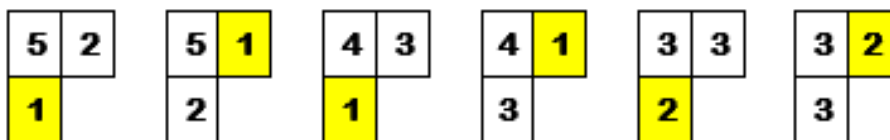
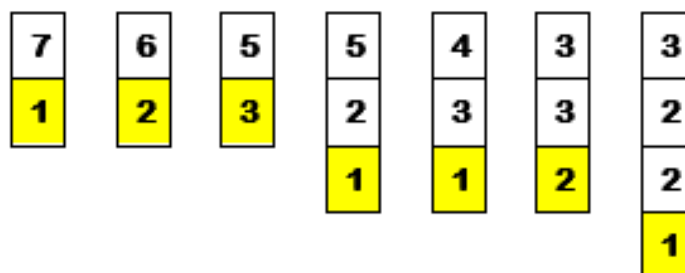
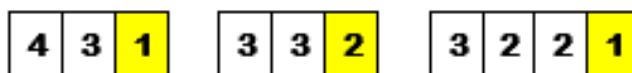
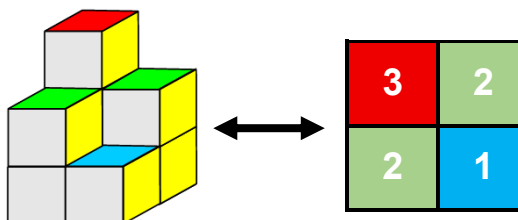
**Tipp**    **Ab und zu ist «mini-minimal» maximal !**

Hinter diesem Tipp steckt der Hinweis, dass jedes 8-teilige Würfel-Gebilde nur einen Würfelturm mit minimaler Grösse haben darf. Somit sind beispielsweise Kombination wie 4-2-2 oder 6-1-1 unerwünscht.

<https://oeis.org/A393262>

**number of plane partitions of n with exactly one smallest part**

Eine hübsche, kleine Handarbeit ist es, die **26 Varianten** für  $a(2+6)$  aufzulisten mit dem Gebilde rechts als «quadratischer» Schlusspunkt !



**LINKS ( A393262 ) table of n , a ( n ) for n = 1 - 60 python-program**

**Felix Huber:** «**Armin Widmer** verdanken wir ein Python-Programm ( vgl. Link ), das viele neue Terme beisteuerte !» Ins Auge sticht:  $A ( 26 : 2 ) = 296$

Detaillierte Auskunft zum Python-Programm gibt Armin Widmer gern.

Die Gewichte der Süssigkeiten bestehen aus **1** , **2** , **4** und **8** Einheiten von je 5 Gramm. Somit werden binäre Partitionen natürlicher Zahlen gesucht. Das heisst, es sind 12 respektive 14 Einheiten binär zu partitionieren. Und wie könnte es anders sein?

**OEIS ( Ohne Eigene Ideen Suchen )** deckt auch dieses Problem ab !

<https://oeis.org/A018819>

$a ( 1 ) = 1$  ,  $a ( 2 ) = 2$  ,  $a ( 3 ) = 2$  , ... ,  $a ( 12 ) = 20$  ,  $a ( 13 ) = 20$  ,  $a ( 14 ) = 26$  , ...

**Formel** n ungerade:  $a ( n ) = a ( n - 1 )$  n gerade:  $a ( n ) = a ( n - 1 ) + a ( n / 2 )$

Eine Formel zu entwickeln, ist zweifellose der elegantere Weg, als alle Varianten aufzulisten. Angesichts der kleinen Zahlen kann jedoch der Zeitaufwand geringer sein!

**1 = 5g 2 = 10g 4 = 20g 8 = 40g Ziel 1 = 5g 2 = 10g 4 = 20g 8 = 40g**

0	1	1	1	70 g	2	4	1	0
2	0	1	1	70 g	4	3	1	0
0	3	0	1	70 g	6	2	1	0
2	2	0	1	70 g	8	1	1	0
4	1	0	1	70 g	10	0	1	0
6	0	0	1	70 g	0	7	0	0
0	1	3	0	70 g	2	6	0	0
2	0	3	0	70 g	4	5	0	0
0	3	2	0	70 g	6	4	0	0
2	2	2	0	70 g	8	3	0	0
4	1	2	0	70 g	10	2	0	0
6	0	2	0	70 g	12	1	0	0
0	5	1	0	70 g	14	0	0	0