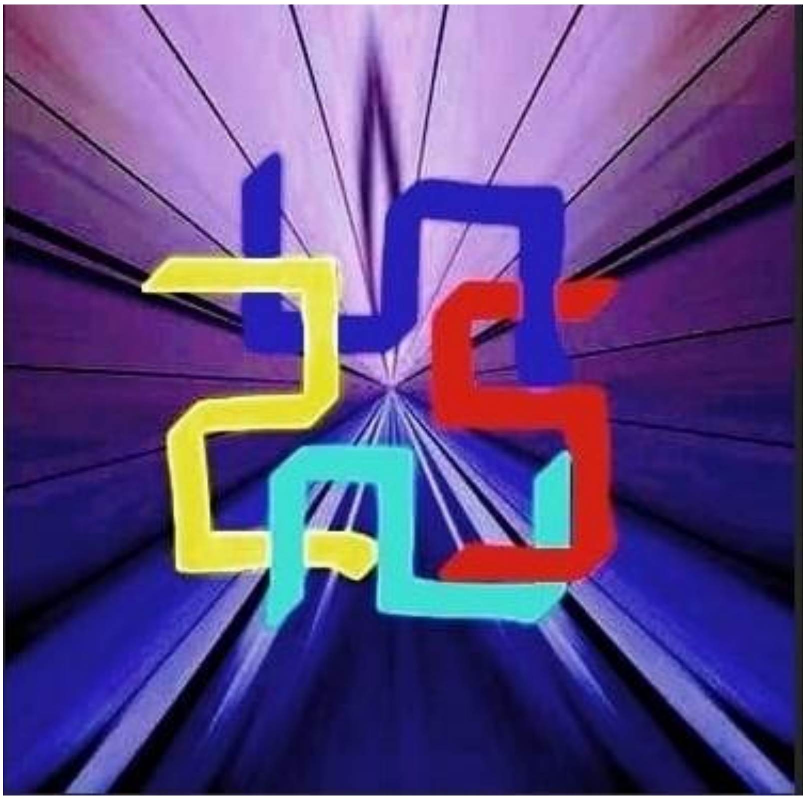
Peter Hammer 25. XI 25
chaosachso21@gmail.com

K unst I st , Bewährtes zu erhalten !



K u n s t I s t , A L L E R L  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber felix.68@gmx.ch

Rätsel des Monats $25 + 11 - 2^{0} - 2 \cdot 5 = 25$

mathematischer Leckerbissen

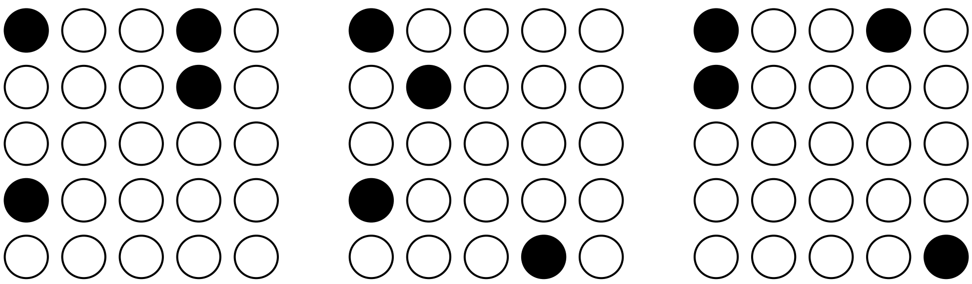
Idee **Felix Huber und Peter Hammer**

Bei einer «International Food Halle» stehen wir vor der Qual der Wahl. Und was erlöst uns bei rund **25 Ländern** vor dem Suchen ? Richtig – es kann nur die Zahlentheorie sein !

Kaum jemand beachtet es, aber uns sticht es sofort ins Auge, die kleinen **25 Punkte** in der portugiesischen Flagge, die das **KI** mit «unüber-Treff-Bar-em» Appetit unter die Lupe nimmt:

«Die heutige Flagge stammt aus dem Jahr **1911**, kurz nach dem Ende der Monarchie. Man wollte eine neue, moderne Flagge schaffen, die nicht mehr die königlichen Farben (weiss und blau) zeigt, sondern die republikanischen Farben **rot und grün**.
Grün symbolisiert die Hoffnung und den Beginn einer neuen Ära.
Rot steht für das Blut und die Opfer derjenigen, die für Portugal kämpften. Das Wappen symbolisiert die fünf maurischen Könige, die den ersten portugiesischen König Afonso Henriques besiegten. In jedem dieser **fünf** blauen Schilde hat es **fünf** weisse Punkte. Dies sind die «portugiesischen Punkte», die gemäss der Legende an die Wundmale von Christus erinnern sollen. …»

Frage **Vervollständige bei jedem der drei 25-er Punkte-Raster mit einem schwarzen Punkt den «logischen» Volltreffer !**



Nein – der Zahlen-Spezialist **Felix Huber** ist alles andere als ein Chaot ! Vielmehr ist er einer, der sich mit Wollust am Hammerschen Slogan «**CHAOS – ach so**» vergreift. Sein neuestes Produkt ist eine Folge, die auf einen ersten Blick «nur» ein Wirrwarr an Zahlen liefert. Bitte sehr – hier sind die ersten **20** der für uns erstrebenswerten ersten **25 Gliedern** aufgelistet.

Copy RAHMENLOS München

Augenfällig sind zwar die Quadratzahlen, insbesondere die 36-er Zwillinge, aber … :

1 , 1 , 2 , 3 , 3 , 9 , 4 , 20 , 10 , 16 , 5 , 75 , 6 , 36 , 36 , 126 , 7 , 196 , 8 , 288 , 64

Definition der Folge: a (n) is the number of positive integers with n divisors and no prime divisor greater than n.

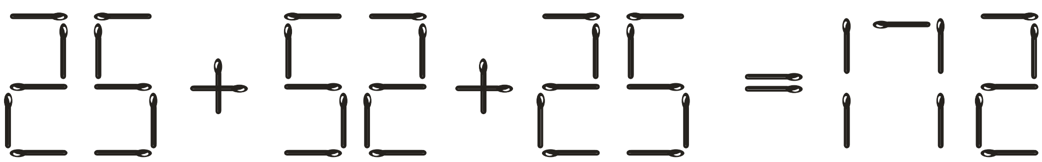
Da sind wir gespannt, ob **KI (Copilot)** der Idee dieser Folge folgen kann !

«a (n) – die Anzahl der positiven ganzen Zahlen m, die folgende Bedingungen erfüllen:
genau n Teiler: Die Zahl m hat genau n verschiedene positive Teiler.
Beschränkung der Primfaktoren: Alle Primfaktoren von m sind höchstens n.
Das heisst: Wenn p Teiler von m ist, dann gilt p ≤ n.
Beispiel: n = 3. Zahlen mit genau 3 Teilern sind Quadrate von Primzahlen.
Erlaubte Primzahlen für p ≤ n sind 2 und 3. Daraus folgt m = 4 oder 9 und somit ist **a (3) = 2.**»

Bei klar definierten Folgen hat **KI** offensichtlich keine Schwierigkeiten, die einzelnen Glieder aufzulisten. Nichtsdestoweniger wollen wir **a (25)** von Hand berechnen und hoffen, dass dahinter ein **25-er-Leckerbissen** steckt.

Frage **Berechne a (25) basierend auf der obigen Definition der Folge !**

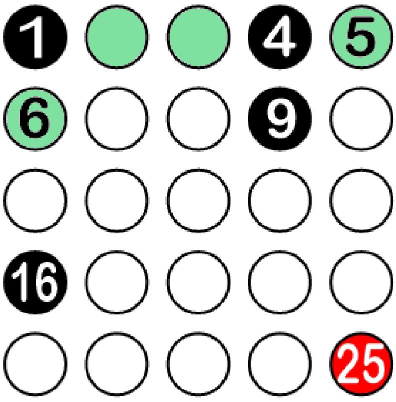
Falls Du tatsächlich **25 Minuten** vergebens vor dem Bildschirm sitzest und glaubst, niemand wird schneller diesen «Zündholz-Braten» riechen, so irrst Du Dich !

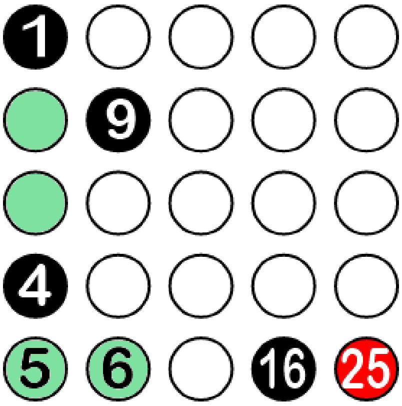


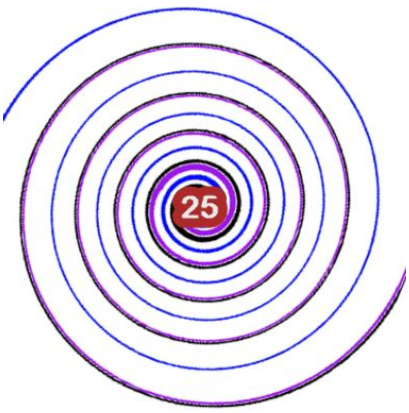
Frage **Welches Hölzchen muss versetzt werden, damit die Identität stimmt ?**

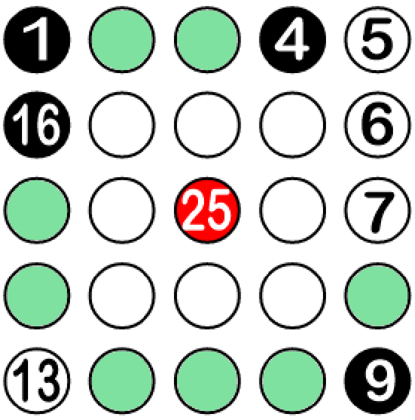
Lösungen **Rätsel des Monats** $25 + 11 - 2^0 - 2 \cdot 5 = 25$

Die Quadratzahlen 1 , 4 , 9 , 16 und 25 werden in einem horizontalen, vertikalen und spiralförmig angeordneten Gitter «punktiert».









Wie überstehen wir problemlos beim TV-1%-Quiz eine Runde? Wir gestehen es, indem wir uns gern mit Teilern einer natürlichen Zahl beschäftigen. Und dies zahlt sich zufällig bei einer Quiz-Frage aus, die darauf basiert, dass eine Zahl genau dann drei Teiler hat, wenn es sich um ein «Primzahl-Quadrat» handelt – wie zum **Beispiel 25**. In jener Sendung wurde eine dreistellige Zahl mit drei Teilern gesucht, die mit 1 beginnt und drei verschiedene Ziffern hat. Damit verabschiedet sich 121 und es verbleibt nur 169 (13 x 13) mit den drei Teilern 1 , 13 und 169.

Betrachten wir bei der Folge von **Felix Huber** das Beispiel a (6) = 9. Die neun natürlichen Zahlen mit 6 Teilern und keinen Primfaktor grösser 6 sind: 12 , 18 , 20 , 32 , 45 , 50 , 75 , 243 und 3'125. Nunmehr interessiert uns das **25. Glied** dieser Folge und dies muss – unseren Rätselideen angepasst – selbstverständlich **20 + 25** sein !

www.oeis.org/A390375

Als ideales Hilfsmittel erweist sich eine «potenzielle Betrachtungsweise».

1'296 = 2^4 x 3^4 Die **25 Teiler** von 1'296 sind: 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 8 , 9 , 12 , 16 , 18 , 24 , 27 , 36 , 48 , 54 , 72 , 81 , 108 , 144 , 162 , 216 , 324 , 432 , 648 , 1296.

Und so analysiert **Felix Huber** das Problem a (25):

tau (m) = (e_1 + 1)*(e_2 + 1)* ... *(e_k + 1), wobei **tau** die Teiler-Anzahl-Funktion und m = p_1^e_1 * ... p_k^e_k die kanonische Primfaktorzerlegung von m ist.

Somit stellt sich die Frage: Für wie viele Zahlen m gilt **tau (m) = 25** ?

(e_1 + 1)*(e_2 + 1)* ... *(e_k + 1) = **25** und **25** kann jeweils genau einmal entweder als ein Faktor **25** oder als zwei Faktoren 5*5 geschrieben werden, also entweder k=1 mit (24 + 1) = **25** oder k=2 mit (4 + 1)*(4 + 1) = **25**. Für die Exponenten gibt es genau diese beiden Möglichkeiten. Für die Primzahlen p_i stehen alle Primzahlen <= **25** zur Verfügung, das sind neun Primzahlen [pi (**25**) = 9].

Somit gilt für p: Entweder ist es eine aus 9 Primzahlen (mit Exponent 24) oder es sind zwei aus 9 Primzahlen (mit Exponenten 5).

Zum Ergebnis 45 führt die Erkenntnis: 1*binomial (9,1) + 1*binomial (9,2) = **20 + 25**