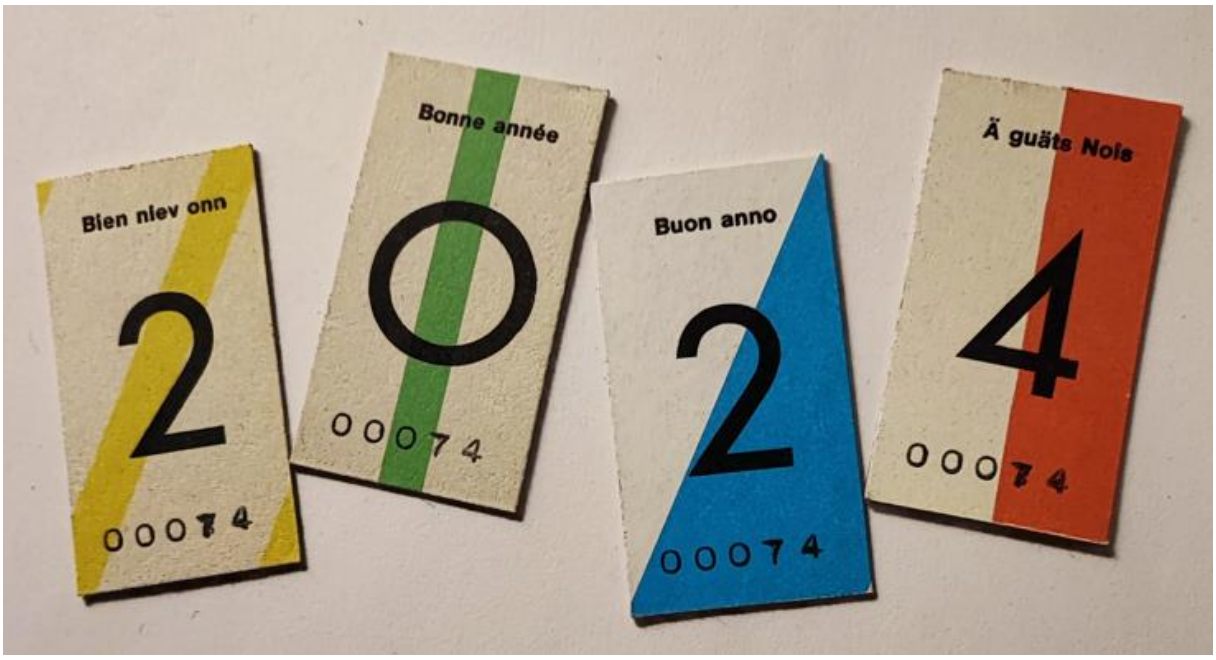
Peter Hammer   24. X 24
chaosachso21@gmail.com

K unst I st , Bewährtes zu erhalten !



Fabio Parizzi , Rapperswil / SG / CH

K u n s t I s t , A L L E R L  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber felix.68@gmx.ch

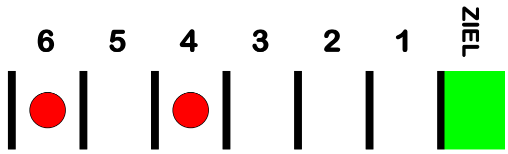
Rätsel des Monats $24 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 24$

24 Prozent Glück

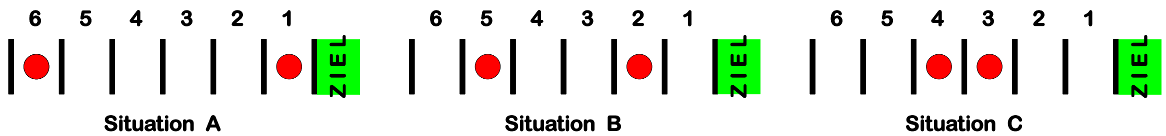
Idee **Peter Hammer und Hans-Karl Eder**

Darin sind sich Spezialisten nicht einig ! Ist der Glücksfaktor beim Würfelspiel **Backgammon** grösser oder kleiner als **24%** – oder ist er sogar präzis **24%** ? Für Barbara – eine Expertin in der Szene – ist der Fall klar. Es ist mehr als **24%**, denn so kann sie sich ihre brillanten Siege über übermächtige Spieler leichter erklären. In Wirklichkeit ist es aber nur vornehme Bescheidenheit von Barbara.

Eines ist indes klar: Dass ein BG-Brett aus **24 Zacken** besteht, ist kein Zufall. Die drei Zahlen **7** – **24** – **30** sind bei einem der ältesten Brettspiele der Welt zentral und nicht «zeitlos» im übertragenen Sinn. 7 (Wochentage) ist die meistgewürfelte Zahl mit zwei Würfeln. **24** (Stunden) entspricht einem Rundlauf und schliesslich erinnern uns **30** Tage im Monat an die Anzahl Steine auf dem Brett !



Ja – es ist unheimlich, das BG-Spiel. Beim «kleinsten» Wurf **(1 / 2)** geht es nur **3** Schritte vorwärts – entweder mit einem Stein oder **3** Schritte auf beide Steine verteilt. Dagegen offeriert der «grösste» Wurf **(6 / 6)** nicht weniger als **24** Schritte, denn bei einem «Pasch» (2 gleiche Ziffern) darf die gewürfelte Zahl sogar vierfach ausgeführt werden. Dies ergibt einen Faktor von **8** (**24** : **3**). Und trotzdem dominiert beim Backgammon unbestritten das Können. Tatsächlich nicht vom Glück verfolgt, ist Barbara in dieser Endphase (Bild). Beim Herausspielen der beiden Steine taucht ausgerechnet der kleinste Wurf **(1 / 2)** auf. Sie hat nun folgende drei Optionen.



Frage **Bei welcher der drei Situationen (A , B oder C) beträgt die Chance mehr als 50%, mit einem Wurf beide Steine über die Ziellinie zu bringen ?**

Im Gegensatz zum russischen Roulette wird beim **Hammer-Roulette** ein Gewinner und nicht ein Verlierer ermittelt. Das **Ziel** besteht darin, mit n Würfeln **alle sechs Ziffern** (1 – 6) zu werfen ! Somit fehlt in der Abbildung bei den 13 Würfeln «nur» die Eins.

one is missing

Das Spiel beginnt mit einer Offerte von sechs Würfeln. Nach dem Start folgen der Reihe nach Offerten mit sieben, acht, neun, … Würfeln. Wer eine Offerte annimmt, darf würfeln. Erreicht er das Ziel, ist das Spiel beendet. Scheitert er, kommt er auf die Warteliste und es erfolgen weitere Offerten für die verbleibenden Spieler. Sie sind aber nicht verpflichtet, das folgende Angebot anzunehmen. Wollen gleichzeitig zwei Spieler eine Offerte annehmen, so wird durch den Würfel ermittelt, wer den Vorzug erhält. Nimmt der zweitletzte der restlichen Teilnehmer ein Angebot an – zum Beispiel 13 Würfel – und scheitert ebenfalls, so muss der letzte der Verbliebenen beim folgenden Angebot – in unserem Beispiel 14 Würfel – zugreifen.

Lässt das Würfelglück auch diesen Spieler im Stich, wird das Prozedere fortgesetzt mit dem Spieler, der das Wurfspiel eröffnete. Dabei wird laufend die Offerte um einen Würfel erhöht, bis einer die erstrebenswerte «Strasse» erreicht.

https://www.mathematik.ch/spiele/hammer-roulette

Frage **Wir starten ein HAMMER-Roulette zu dritt mit der Annahme einer Offerte von 8 Würfeln. Ist unsere Chance, das Triell erfolgreich zu gestalten, grösser als 24% ?**

Wer **zauberhafte Mathematik** liebt, hat den Namen **Hans-Karl Eder** doppelt unterstrichen. Seine Studien evangelische Theologie, Philosophie, Pädagogik und Mathematik widerspiegeln sich auch in seinem Schaffen, wobei es zur Abwechslung durchaus auch eine abstrakte Aufgabe sein kann. Freundlicherweise tischt er uns ein attraktives Beispiel zu **Zahl 24** auf, das aus einem anderen Blickwinkel zeitlos ist.

https://de.wikipedia.org/wiki/Hans-Karl_Eder

Frage **Welche natürliche Zahl n erfüllt die Gleichung ?**

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = 24$$

Lösungen **Rätsel des Monats** $24 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 24$

In diesem Backgammon-Endspiel, das sich übrigens im Jahr 21 tatsächlich abspielte, steckt ein Ehe-Ratschlag. Zu dicht aufeinander (3 / 4) und zu weit auseinander (1 / 6) ist nicht optimal. Einzig die Variante (2 / 5) verspricht mehr als 50% ! Dieser theoretische Hintergrund rettete allerdings passend zum Jahr 21 die Partie nicht, denn es erfolgte treffend erneut der «Minimums-Wurf» 2 / 1 !

Variante A (1 - 6)

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

15 / 36 41.67 %

Variante C (3 - 4)

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

17 / 36 47.22 %

Variante B (2 - 5)

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

19 / 36 52.78 %

Wer sich beim **Hammer-Roulette** an der Praxis orientieren will, simuliert auf der Homepage von Bernhard Berchtold 100 Versuche und ermittelt damit gute Annährungswerte zur Chance, mit n-Würfeln alle sechs Ziffern zu erhalten.

https://www.mathematik.ch/anwendungenmath/wkeit/wuerfeln_bis_alle6

In der Tabelle haben wir präzise Werte. Wer somit bei der Offerte von 8 Würfeln als erster zugreift, hat vorerst eine Chance von 11.40%, auf Anhieb zu gewinnen.

6 Würfel	7	8	9	10	11	12
1.54 %	5.40 %	11.40 %	18.90 %	27.18 %	35.62 %	43.78 %

Da aber die Mitspieler B und C ebenfalls scheitern können, erhöht sich die Chance von A auf mehr als **24 %**, sofern B (oder C) bei den Offerten mit dem zugriff nicht allzu lang abwarten. Die Chance von A ist somit abhängig davon, wann B und somit auch C ins Spiel eingreifen werden, weshalb die gestellte Frage zu «relativieren» ist. Lehnen B und C alle Offerten bis und mit 12 Würfel ab, so wird die Gewinnchance von Spieler A, diese Roulette-Runde zu gewinnen, unter **24 %** sinken !

Annahme von B oder C	n = 9	n = 10	n = 11	n = 12	n = 13	n = 14
Chance von A	35.71 %	32.74 %	29.37 %	26.32 %	23.36 %	21.28 %

Armin Widmer verdanken wir folgende Tabelle. Sie basiert darauf, dass Spieler B die folgende Offerte (nach Spieler A) annimmt und nicht zuwartet.

	6 / 7 / 8	7 / 8 / 9	8 / 9 / 10	9 / 10 / 11	10 / 11 / 12
Chance A	33.26 %	34.00 %	35.72 %	38.44 %	42.08 %
Chance B	33.48 %	33.79 %	34.05 %	34.12 %	33.84 %
Chance C	33.26 %	32.21 %	30.23 %	27.44 %	24.08 %

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} = \sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3} = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots \frac{1}{\sqrt{624}+\sqrt{625}} = 24$$