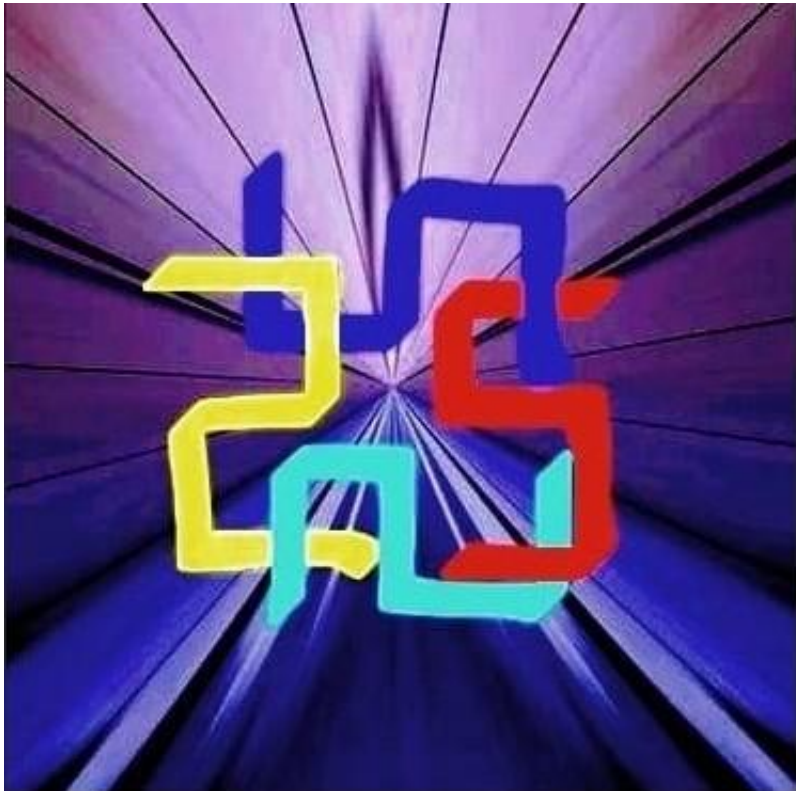


Kunst ist , Bewährtes zu erhalten !



Kunst ist , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer

chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer

widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber

felix.68@gmx.ch

Rätsel des Monats $25 - 9 + 2 + 0 + 2 + 5 = 25$

visualisieren

Idee Yannick Rothacher und Peter Hammer

Soll ich zugreifen oder soll ich abwarten – das ist die knifflige Frage beim **Hammer-Roulette**. Soll ich beispielsweise bereits mit 10 Würfeln «all in» riskieren oder soll ich hoffen, dass jemand beim Versuch, mit 10 Würfeln alle sechs Ziffern zu werfen, scheitern wird? Selbst mit einer gesunden Portion Hintergrundwissen bleibt das **Hammer-Roulette** Mal für Mal ein spannendes Erlebnis.



the missing one

<https://www.mathematik.ch/spiele/hammer-roulette>

Auf seiner attraktiven Homepage offeriert uns **Bernhard Berchtold** nebst allem Wissenswerten über das **Hammer-Roulette** auch Testphasen, um zu beobachten, wie viele Würfe es jeweils braucht, bis alle sechs Bilder auf dem Tisch liegen. Wir haben viermal **25 Versuche** gestartet, und versuchen nunmehr, daraus statistische Werte herausfiltern.

https://www.mathematik.ch/anwendungenmath/wkeit/wuerfeln_bis_alle6

15	19	10	32	9	16	14	16	15	20
19	16	26	18	10	11	14	47	23	12
23	10	10	13	8	17	13	11	17	26
13	9	15	12	18	13	13	18	27	15
20	12	10	13	7	7	8	16	23	11
18	9	9	17	17	7	12	7	13	16
18	13	17	11	17	13	14	12	12	29
7	12	19	7	43	16	10	15	10	8
11	14	20	25	10	13	19	15	16	13
8	8	17	15	12	21	7	6	10	7

Unser Statistik-Experte **Yannick Rothacher** fühlte sich beim Anblick der vier Mal **25 Zahlen** ins Gymnasium zurückversetzt und warf mit einem Lächeln unseren Fragen-Katalog zurück. Anstatt mit theoretischen Analysen aufzuwarten, lädt er uns ein, aufgrund der Vorlage «im praktischen Sinn» folgende Fragen zu beantworten !

Frage Wie viele Würfel braucht es für einen Wurf, um zu mindestens **25 Prozent** alle Ziffern von 1 bis 6 zu werfen ?

Frage Wie gross ist die Chance, dass bei **25 Versuchen** mindestens einmal ein Wurf mit mehr als **25 Würfel** beansprucht wird, um alle 6 Ziffern zu erhalten ?

Frage Was kommt eher vor ? **A)** Ein Versuch beansprucht **25** oder mehr Würfel, um alle 6 Ziffern zu erhalten. **B)** Bei **20 Versuchen** hintereinander mit maximal **20 Würfeln** werden stets alle sechs Ziffern auftauchen ?



Frage

Auf welchem Feld muss sich die Schachkönigin platzieren, um die **Zahl 25** zu visualisieren ?



Frage

Aus welchem Blickwinkel visualisieren der Daumen, der Ringfinger und der kleine Finger die **Zahl 25** ?

Lösungen Rätsel des Monats $25 - 9 + 2 + 0 + 2 + 5 = 25$

6: 1 7: 8 8: 5 9: 4 10: 9 11: 5 12: 8 13: 11 14: 4 15: 7
16: 7 17: 7 18: 5 19: 4 20: 3 21: 1 23: 3 25: 1 26: 2 27: 1
29: 1 32: 1 43: 1 47: 1

Beispiel 7: 8 bedeutet , dass in der Tabelle das Ziel (alle sechs Ziffern)
mit genau 7 Würfeln **8 mal** erreicht wurde.

Mit maximal **10 Würfeln** finden wir in unserer Tabelle **27** (1 + 8 + 5 + 4 + 9)
erfolgreiche Versuche. Das ist insofern eine überraschend gute Annäherung als die
präzise Erfolgsquote bei **10 Würfeln 27.1828 %** beträgt.

ChatGPT Du brauchst **10 Würfel**.

Begründung (Kurzform): Die Wahrscheinlichkeit, bei n Würfeln alle sechs Seiten
mindestens einmal zu würfeln, erfolgt gemäss dem Prinzip von Inklusion und Exklusion:

$$P(n) = \frac{1}{6^n} \sum_{k=0}^6 (-1)^k \binom{6}{k} (6-k)^n$$

1.5 % (n = 6) , 5.4 % (n = 7) , 11.4 % (n = 8) , 18.8 % (n = 9) , **27.18 % (n = 10)**

Gemäss der Tabelle kommt es 7 mal (26 / 26 / 27 / 29 / 32 / 43 / 47) vor, dass
mehr als 25 Würfel benötigt werden. Und so analysiert **Yannick Rothacher**
basierend auf der Tabelle die folgende Frage:

**Wie gross ist die Chance, dass bei 25 Versuchen , mindestens einmal ein
Versuch mehr als 25 Würfel beanspruchen wird ?**

- Die Chance mit maximal **25 Würfeln** erfolgreich zu sein, beträgt 93%.
- Die Chance, bei **25 Versuchen** nie mehr als **25 Würfeln** zu beanspruchen,
beträgt: $0.93^{25} = 0.16296$
- Die Chance bei 25 Versuchen, mindestens einmal mehr als 25 Würfeln zu
beanspruchen, beträgt: $1 - 0.16296 = 0.8370$ und somit ca **84%**.

Dieser der «Praxis entzogene» Wert bedarf einer Präzisierung durch KI:

ChatGPT: Die Chance beträgt ca 79.97 % – also **rund 80 %**.

$P(25) \approx 0.93769786$ $1 - P(25) \approx 0.0623$ $1 - (1 - 0.0623)^{25} \approx$ **0.799 749**

Yannick Rothacher: «Gemäss der Tabelle braucht es bei 8 von 100 Versuchen **25** oder mehr Würfel. Aus diesem statistischen Blickwinkel beträgt für die **Aussage A** die Chance **8%**.»

Einen präzisen Wert liefert uns unter anderem das ChatGPT.

ChatGPT: Kurz und knapp – Ergebnis zuerst :

$$P(\text{mind. 25 Würfe nötig}) = 1 - \frac{S(24,6)}{6^{24}} \approx 0.0745848354 \approx \mathbf{7.46\%}$$

Y R: «Diese **8%** (**Aussage A**) sind zu vergleichen mit der Chance, 20 mal mit maximal 20 Würfeln alle sechs Ziffern zu erreichen. Die Chance bei maximal 20 Würfeln erfolgreich zu sein beträgt gemäss unserer Statistik 88%.

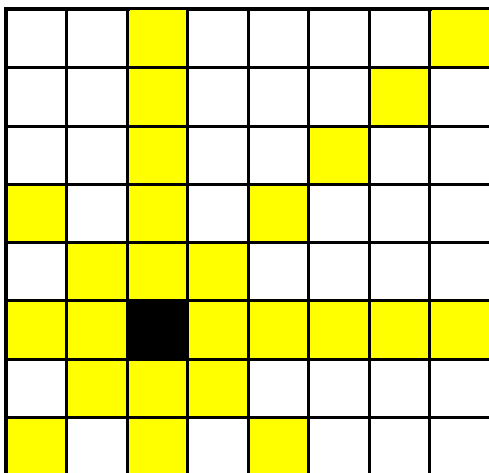
Somit ergibt sich für die **Aussage B** $0.88^{20} \approx 0.07756 \approx \mathbf{7.76\%}$

Fazit: Die **Variante A (8%)** ist der **Variante B (7.76%)** minimal vorzuziehen.

Die Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung kommen zwar zur gleichen Erkenntnis, aber der Unterschied ist bei der Berechnung wesentlich grösser.

ChatGPT: $P(\text{mit 20 Würfeln}) = 1 - \frac{6! S(20,6)}{6^{20}} \approx 0.8479875409 \approx \mathbf{84.80\%}$

$$0.8479875409^{20} \approx 0.03696489084 \approx \mathbf{3.70\%}$$



25 Felder
das schaffe
nur **ICH** !



25 = 16 + 8 + 1
Dual - System