Aufgabenblatt SF PM: Differentialgleichungen 2. Ordnung

1. Löse die folgenden Differentialgleichungen

   a) $y'' - y' + y = 0$ b) $y'' + 2y' + 5y = 0$ Anfangsbed. $y(0) = y'(0) = 1$

   c) $y'' + y = \cos x$ d) $y'' + y' - 2y = \cos x$

   e) $y'' - 4y = e^{3x}$ f) $y'' + y' - 2y = e^{x}$

Für Aufgaben 2 und 3: Gegeben sei die DGL $y'' + 2ay' + by = 0$ (**) mit $a,b \in \mathbb{R}$

2. Zeige: Für $a^2 = b$ (Fall 2) sind $y_1 = e^{-ax}$ und $y_2 = xe^{-ax}$ Lösungen von (**)
   (und damit $y = e^{-ax}(C_1 + C_2x)$ Lösungsgesamtheit).

3. Sei nun $a^2 - b < 0$; $\omega^2 = b - a^2$ (Fall 3)
   $y_1 = e^{(-a + i\omega)x}$, $y_2 = e^{(-a - i\omega)x}$ (vergleiche Theorie)

   a) Zeige: $\mathrm{Re}(y_1) = e^{-ax} \cos \omega x$ und $\mathrm{Im}(y_1) = e^{-ax} \sin \omega x$ sind Lösungen von (**)
   (und damit $y = e^{-ax}(C_1 \cos \omega x + C_2 \sin \omega x)$ Lösungsgesamtheit).

   b) Zeige: $\mathrm{Re}(y_2)$ und $\mathrm{Im}(y_2)$ sind auch Lösungen von (**), verändern aber die Lösungsgesamtheit nicht!

4. Es sei $\alpha \cos(\omega t + \gamma) = \alpha_1 \cos \omega t + \alpha_2 \sin \omega t$ (für alle t)
   Bestimme α und γ als Funktion von α_1 und α_2 .

5. Gegeben sei die DGL $y'' + 2\delta y' + \omega_0^2 y = A \cos \omega_1 t$ (*)
   In der Theorie, Beispiel 2 wurde der Ansatz $y_0 = \alpha \cos(\omega_1 t + \gamma)$ für die partikuläre Lösung von (*) angegeben.
   Berechne α und γ . Verwende dazu für die Goniometrieformeln ev. den TI Voyage (texpand….)