Lösungen

Aufgabe 1 (10 Punkte):

a) $f(z) = \frac{-5+10\iota}{z} + 2$ Nullstellen: $\frac{-5+10\iota}{z} + 2 = 0 \Rightarrow 2 = \frac{5-10\iota}{z} \Rightarrow \underline{\underline{z}} = \frac{5-10\iota}{2} = \underline{\underline{\frac{5}{2} - 5\iota}}$

Fixpunkte: $\frac{-5+10\iota}{z} + 2 = z \Rightarrow -5+10\iota+2z = z^2 \Rightarrow z^2 - 2z + 5 - 10\iota = 0$

$D = (-2)^2 - 4(5-10\iota) = 4 - 20 + 40\iota = -16 + 40\iota = 8(-2+5\iota) \Rightarrow |D| = 8\sqrt{(-2)^2 + 5^2} = 8\sqrt{29}$

D liegt im 2. Quadranten $\Rightarrow \varphi = \arg(D) = 180° + \arctan(-\frac{5}{2}) \cong 180° - 68.20° = 111.80°$

$\Rightarrow D = 8\sqrt{29}e^{\iota \cdot 111.80°} = d_0{}^2$

$d_0 = \sqrt{8\sqrt{29}}e^{\iota \cdot \frac{111.80°}{2}} = \sqrt{8\sqrt{29}}e^{\iota \cdot 55.90°} = \sqrt{8\sqrt{29}}(\cos(55.90°) + \iota \sin(55.90°)) \cong 3.6798 + 5.4351\iota$

$\Rightarrow z_{1/2} = \frac{2 \pm d_0}{2} \cong 1 \pm \frac{3.6798 + 5.43512\iota}{2} = 1 \pm (1.8399 + 2.7176\iota)$

$\Rightarrow \underline{\underline{z_1 \cong -0.8399 + 2.7176\iota}}$; $\underline{\underline{z_2 \cong 2.8399 - 2.71761\iota}}$

$h(z) = (\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota)z + 1 + 2\iota$ Nullstellen: $(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota)z + 1 + 2\iota = 0$

$\Rightarrow \underline{\underline{z}} = -\frac{1+2\iota}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota} = -4\frac{1+2\iota}{1-2\iota} = -4\frac{(1+2\iota)^2}{1^2+2^2} = -4\frac{-3+4\iota}{5} = \underline{\underline{\frac{4}{5}(3-4\iota)}}$

Fixpunkte: $(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota)z + 1 + 2\iota = z \Rightarrow (-\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\iota)z + 1 + 2\iota = 0$

$\Rightarrow \underline{\underline{z}} = -\frac{1+2\iota}{-\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\iota} = 4\frac{1+2\iota}{3+2\iota} = -4\frac{(1+2\iota)(3-2\iota)}{3^2+2^2} = 4\frac{7+4\iota}{13} = \underline{\underline{\frac{4}{13}(7+4\iota)}}$

b) $f(z) = h(z) \Rightarrow \frac{-5+10\iota}{z} + 2 = (\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota)z + 1 + 2\iota \Rightarrow -5+10\iota+2z = (\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota)z^2 + (1+2\iota)z$

$\Rightarrow (\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota)z^2 + (-1+2\iota)z + 5 - 10\iota = 0$

$D = (-1+2\iota)^2 - 4(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota)(5-10\iota) = (-1+2\iota)^2 + (-1+2\iota)(5-10\iota) = (-1+2\iota)^2 - 5(-1+2\iota)(-1+2\iota)$

$= -4(-1+2\iota)^2 = -4(-3-4\iota) = 4(3+4\iota) \Rightarrow |D| = 4\sqrt{3^2+4^2} = 4 \cdot 5 = 20$

D liegt im 1. Quadranten $\Rightarrow \varphi = \arg(D) = \arctan(\frac{4}{3}) \cong 53.13°$

$\Rightarrow D = 20e^{\iota \cdot 53.13°} = d^2 \Rightarrow d_0 = \sqrt{20}e^{\iota \cdot \frac{53.13°}{2}} = 2\sqrt{5}(\cos(\frac{53.13°}{2}) + \iota \sin(\frac{53.13°}{2})) = 4 + 2\iota$

$\Rightarrow z_{1/2} = \frac{-(-1+2\iota) \pm d_0}{2(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\iota)} = 2\frac{1-2\iota \pm (4+2\iota)}{1-2\iota} = 2(1 \pm 2\frac{2+\iota}{1-2\iota}) = 2(1 \pm 2\frac{(2+\iota)(1+2\iota)}{1^2+2^2})$

$= 2(1 \pm 2\frac{0+5\iota}{1^2+2^2}) = 2(1 \pm 2\iota) \Rightarrow \underline{\underline{z_1 = 2+4\iota}}; \underline{\underline{z_2 = 2-4\iota}}$

c) $z_1 = 2+4\imath$; $z_2 = 2-4\imath$

$\underline{g=(z_1 z_2)}$: $\quad \mathrm{Re}(z)=2 \Rightarrow \frac{1}{2}(z+\bar{z})=2 \Rightarrow z+\bar{z}-4=0$

$\underline{f(g)}$: $\quad f(z)=\frac{-5+10\imath}{z}+2=w \Rightarrow z=\frac{-5+10\imath}{w-2}$ und $\bar{z}=\frac{-5-10\imath}{\bar{w}-2}$

$$\overset{g:}{\Rightarrow} \frac{-5+10\imath}{w-2}+\frac{-5-10\imath}{\bar{w}-2}-4=0 \qquad |\cdot(w-2)(\bar{w}-2)$$

$$\Rightarrow (-5+10\imath)(\bar{w}-2)+(-5-10\imath)(w-2)-4(w-2)(\bar{w}-2)=0$$

$$\Rightarrow (-5+10\imath)\bar{w}+10-20\imath+(-5-10\imath)w+10+20\imath-4w\bar{w}+8\bar{w}+8w-16=0$$

$$\Rightarrow -4w\bar{w}+(3+10\imath)\bar{w}+(3-10\imath)w+4=0 \Rightarrow w\bar{w}-\frac{1}{4}(3+10\imath)\bar{w}-\frac{1}{4}(3-10\imath)w-1=0$$

$$\Rightarrow (w-\frac{1}{4}(3+10\imath))(\bar{w}-\frac{1}{4}(3-10\imath))-\frac{(3+10\imath)(3-10\imath)}{16}-1=0$$

$$\Rightarrow (w-\frac{1}{4}(3+10\imath))(\bar{w}-\frac{1}{4}(3-10\imath))-\frac{109}{16}-1=0 \Rightarrow (w-\frac{1}{4}(3+10\imath))(\bar{w}-\frac{1}{4}(3-10\imath))=\frac{125}{16}$$

$$\Rightarrow |w-\frac{1}{4}(3+10\imath)|^2=\frac{125}{16} \Rightarrow |w-\frac{1}{4}(3+10\imath)|=\sqrt{\frac{125}{16}}=\frac{5}{4}\sqrt{5}$$

f(g) ist ein Kreis mit Mittelpunkt bei $m=\frac{1}{4}(3+10\imath)$ und Radius $\frac{5}{4}\sqrt{5}$.

Aufgabe 2 (10 Punkte):

a) Der Mittelpunkt M von k liegt vertikal über N(40|12|0), $\overline{NM}$ beträgt 15.
$\Rightarrow$ M(40|12|15)
Radius von k: $r=\overline{MA}=\sqrt{(40-40)^2+(15-12)^2+(11-15)^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$
Gleichung von k: $\underline{\underline{(x-40)^2+(y-12)^2+(z-15)^2}}=5^2\underline{\underline{=25}}$

b) Gleichung des Lichtstrahls g:

$$\vec{r}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{LA}=\begin{pmatrix}40\\15\\11\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\-45\\-15\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{r}=\begin{pmatrix}40\\15\\11\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\-3\\-1\end{pmatrix}$$

$g\cap k$: $\Rightarrow (40-40)^2+(15-3t-12)^2+(11-t-15)^2=25 \Rightarrow (3-3t)^2+(-4-t)^2=25$

$$\Rightarrow 9-18t+9t^2+16+8t+t^2=25 \Rightarrow 10t^2-10t=0 \Rightarrow 10t(t-1)=0 \Rightarrow t_1=0; t_2=1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OB}=\begin{pmatrix}40\\15\\11\end{pmatrix}+1\cdot\begin{pmatrix}0\\-3\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}40\\12\\10\end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{B(40|12|10)}}$$

c) Spiegelung von z.B. Punkt L an Tangentialebene τ zu k durch A:

$$\vec{n}_\tau=\overrightarrow{MA}=\begin{pmatrix}0\\3\\-4\end{pmatrix} \Rightarrow \tau: 3y-4z+d=0;\ A(40|15|11)\in\tau \Rightarrow 3\cdot15-4\cdot11+d=0 \Rightarrow d=-1$$

$\Rightarrow \tau: 3y-4z-1=0$; Normale n zu τ durch L: $n: \vec{r}=\overrightarrow{OL}+t\vec{n}_\tau=\begin{pmatrix}40\\60\\26\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\3\\-4\end{pmatrix}$

Schnittpunkt F von n und τ: $3\cdot(60+3t)-4\cdot(26-4t)-1=0$

$\Rightarrow 180+9t-104+16t-1=0 \Rightarrow 25t+75=0 \Rightarrow t=-3$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OF}=\begin{pmatrix}40\\60\\26\end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix}0\\3\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}40\\51\\38\end{pmatrix} \Rightarrow F(40|51|38) \Rightarrow \overrightarrow{OL'}=\overrightarrow{OL}+2\overrightarrow{LF}=\begin{pmatrix}40\\60\\26\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}0\\-9\\12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}40\\42\\50\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ L‘(40|42|50)

Gleichung der gespiegelten Gerade g‘ (reflektierter Teilstrahl):

$$\underline{\underline{g'}}:\vec{r}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{L'A}=\begin{pmatrix}40\\15\\11\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\-27\\-39\end{pmatrix} \Leftrightarrow \underline{\underline{\vec{r}=\begin{pmatrix}40\\15\\11\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\-9\\-13\end{pmatrix}}}$$

d) $g':\vec{r}=\begin{pmatrix}40\\15\\11\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\-9\\-13\end{pmatrix}$; Gleichung der xy-Ebene: $z=0$

Schnittpunkt S von g‘ mit der xy-Ebene: $11-13t=0 \Rightarrow t=\frac{11}{13}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OS}=\begin{pmatrix}40\\15\\11\end{pmatrix}+\frac{11}{13}\begin{pmatrix}0\\-9\\-13\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}40\\15-\frac{99}{13}\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}40\\\frac{96}{13}\\0\end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{S(40|\tfrac{96}{13}|0)}}$$

Abstand e von S zu $\tau: 3y-4z-1=0$: HNF von τ: $H_\tau(x,y,z)=\frac{3y-4z-1}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{3y-4z-1}{5}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{e}}=\left|H_\tau(40,\tfrac{96}{13},0)\right|=\left|\frac{3\cdot\frac{96}{13}-4\cdot 0-1}{5}\right|=\left|\frac{\frac{288}{13}-1}{5}\right|=\frac{275}{65}=\underline{\underline{\frac{55}{13}}}$$

Aufgabe 3 (10 Punkte):

a) $y''+4y'=3e^{-3x}-8y \Rightarrow y''+4y'+8y=3e^{-3x}$

<u>homogene DGL:</u> $y''+4y'+8y=0$

$\Rightarrow$ charakteristische Gleichung: $\lambda^2+4\lambda+8=0$

$D=4^2-4\cdot 8=-16<0 \Rightarrow \lambda_{1/2}=\frac{-4\pm 4\imath}{2}=-2\pm 2\imath$

$\Rightarrow y_H=e^{-2x}(C_1\sin(2x)+C_2\cos(2x)),\ C_1,C_2\in IR$

<u>partikuläre Lösung:</u> Ansatz $y_p=ke^{-3x}$ $(y_p\notin y_H)$

$\overset{DGL}{\Rightarrow} (-3)^2ke^{-3x}+4(-3)ke^{-3x}+8ke^{-3x}=3e^{-3x} \Rightarrow 9ke^{-3x}-12ke^{-3x}+8ke^{-3x}=3e^{-3x}$

$\Rightarrow (9-12+8)k=3 \Rightarrow k=\frac{3}{5} \Rightarrow y_p=\frac{3}{5}e^{-3x}$

<u>allgemeine Lösung:</u> $y=y_H+y_p=e^{-2x}(C_1\sin(2x)+C_2\cos(2x))+\frac{3}{5}e^{-3x},\ C_1,C_2\in IR$

b) $\int \frac{\cos(\sqrt{x^3}+\pi)\cdot x}{\sqrt{x}}\,dx = \int \cos(\sqrt{x^3}+\pi)\sqrt{x}\,dx$ (x>0)

Substitution:

$$u(x) = \sqrt{x^3}+\pi \Rightarrow u'(x) = \frac{du}{dx} = \left(\sqrt{x^3}+\pi\right)' = \left(x^{\frac{3}{2}}+\pi\right)' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x} \Rightarrow du = \frac{3}{2}\sqrt{x}\,dx$$

$$\Rightarrow \int \cos(\sqrt{x^3}+\pi)\sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}\int \cos(\sqrt{x^3}+\pi)\frac{3}{2}\sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}\int \cos(u)\,du = \frac{2}{3}\sin(u)+C$$

$$= \frac{2}{3}\sin(\sqrt{x^3}+\pi)+C,\ C \in \mathrm{IR}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\int_1^4 \frac{\cos(\sqrt{x^3}+\pi)\cdot x}{\sqrt{x}}\,dx}} = \frac{2}{3}\left[\sin(\sqrt{x^3}+\pi)\right]_1^4 = \frac{2}{3}(\sin(\sqrt{64}+\pi)-\sin(\sqrt{1}+\pi))$$

$$= \frac{2}{3}(\sin(8+\pi)-\sin(1+\pi)) \cong \underline{\underline{-0.0986}}$$

c) $h(x) = \sum_{i=0}^{\infty}(1-x)^i$; Koeffizientenfolge: $a_i = 1\ \forall i$

z.B. mit Wurzelkriterium: $\lim_{i\to\infty}\sqrt[i]{a_i} = \lim_{i\to\infty}\sqrt[i]{1} = \lim_{i\to\infty}1 = 1 \Rightarrow$ Konvergenzradius R=1

$\Rightarrow$ h(x) konvergiert für $|1-x|<1 \Leftrightarrow x \in]0;2[$

(Ränder: x=0 $\Rightarrow$ $h(0)=\sum_{i=0}^{\infty}1^i$ divergent; x=2 $\Rightarrow$ $h(2)=\sum_{i=0}^{\infty}(-1)^i$ nicht konvergent) $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\mathrm{ID} =]0;2[}}$

Taylor-Entwicklung von $f(x)=\frac{1}{x}$ bei $x_0 = 1$:

$f(x) = x^{-1}$; $f'(x) = -x^{-2}$; $f''(x) = 2x^{-3}$; $f'''(x) = -2\cdot 3\cdot x^{-4}$; ...

$\Rightarrow f^{(i)}(x) = (-1)^i\cdot i!\cdot x^{-(i+1)},\ i = 0,1,2,\ldots \Rightarrow f^{(i)}(1) = (-1)^i\cdot i!\cdot 1^{-(i+1)} = (-1)^i\cdot i!,\ i = 0,1,2,\ldots$

$\Rightarrow$ Taylor-Reihe p(x) existiert:

$$p(x) = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{f^{(i)}(1)}{i!}(x-1)^i = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^i\cdot i!}{i!}(x-1)^i = \sum_{i=0}^{\infty}(-1)^i(x-1)^i = \sum_{i=0}^{\infty}(1-x)^i$$

$\Rightarrow$ p(x) stimmt mit h(x) überein.

Da das Restglied für alle $x \in \mathrm{ID}$ gegen 0 konvergiert, konvergiert auch die Taylor-Reihe p(x) (=h(x)) für alle $x \in \mathrm{ID}$ gegen $f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x} = \sum_{i=0}^{\infty}(1-x)^i\ \ \forall x \in]0;2[$

Aufgabe 4 (10 Punkte):
Der „kleine Prinz“: Gravitation, Rotation

a) $F_{Grav} = G \cdot \frac{m_{\mathrm{Prinz}} \cdot m_{Planet}}{(r+h)^2} = 3.2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N}$

b)
$$E_{kin} + E_{pot}(h_1) = E_{pot}(h_2)$$
$$\frac{1}{2} m_{\mathrm{Prinz}} v^2 - G \cdot \frac{m_{\mathrm{Prinz}} \cdot m_{Planet}}{(r+h_1)} = -G \cdot \frac{m_{\mathrm{Prinz}} \cdot m_{Planet}}{(r+h_2)}$$
$$v = \sqrt{2G \cdot m_{Planet}\left(\frac{1}{(r+h_1)} - \frac{1}{(r+h_2)}\right)} = 9.9 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c)
$$E_{kin}(h=0) + E_{pot}(h=0) = E_{kin}(h \to \infty) + E_{pot}(h \to \infty)$$
$$\frac{1}{2} m_{Körper} v_{Flucht}^2 - G \cdot \frac{m_{Körper} \cdot m_{Planet}}{r} = 0 + 0$$
$$v_{Flucht} = \sqrt{\frac{2G \cdot m_{Planet}}{r}} = 3.7 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Die Fluchtgeschwindigkeit ist knapp viermal so gross wie die Absprunggeschwindigkeit aus b).

d) Drehimpuls: $L = J \cdot \omega$

Rotationsenergie: $E_{rot} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$

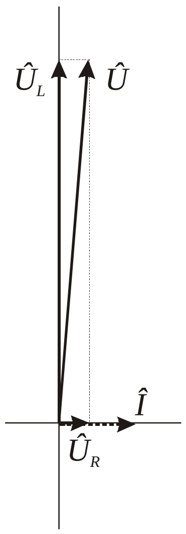
mit dem Trägheitsmoment (volle Kugel): $J = \frac{2}{5} m \cdot r^2 = 6.9 \cdot 10^6\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$

und der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2.4 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

$\Rightarrow L = 17\,\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ und $E_{rot} = 2.0 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{J}$

e) Beim Aufstehen vergrössert sich das Trägheitsmoment. Da der Drehimpuls erhalten bleibt, muss die Drehfrequenz kleiner werden (allerdings wegen des grossen Massenunterschieds zwischen Prinz und Planet kaum merklich).

Aufgabe 5 (10 Punkte):
Reale Spule: Wechselstrom, Differentialgleichungen



a) $Z = \dfrac{U_{eff}}{I_{eff}} = 500\Omega$ Gesamtimpedanz

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = 498\Omega$

$L = \dfrac{X_L}{\omega} = 1.59\text{H}$

b) $\tan\Delta\varphi = \dfrac{X_L}{R} = 12.46 \Rightarrow \Delta\varphi = 85.4°$

(Spitzenwerte von Spannung und Strom: $\hat{U} = \sqrt{2}\cdot U_{eff} = 14.1\text{V}$,

$\hat{I} = \sqrt{2}\cdot I_{eff} = 28.2\text{mA}$)

c) Maschenregel: $U_Q = U_L + U_R$

$U_Q = L\cdot\dot{I} + R\cdot I$

bzw.: $\dot{I} = -\dfrac{R}{L}\cdot I + \dfrac{U_Q}{L}$ inhomogene Differentialgleichung 1. Ordnung

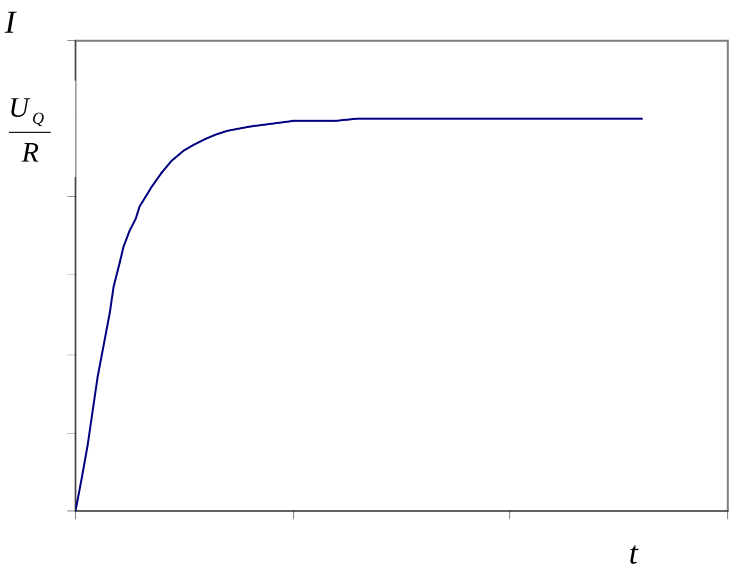
allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung $\dot{I} = -\dfrac{R}{L}\cdot I$:

$I(t) = \tilde{I}\cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t}$

partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung: für $\dot{I} = 0$ ist $I_p = \dfrac{U_Q}{R} = \text{konst.}$

allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung: $I(t) = \tilde{I}\cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t} + \dfrac{U_Q}{R}$

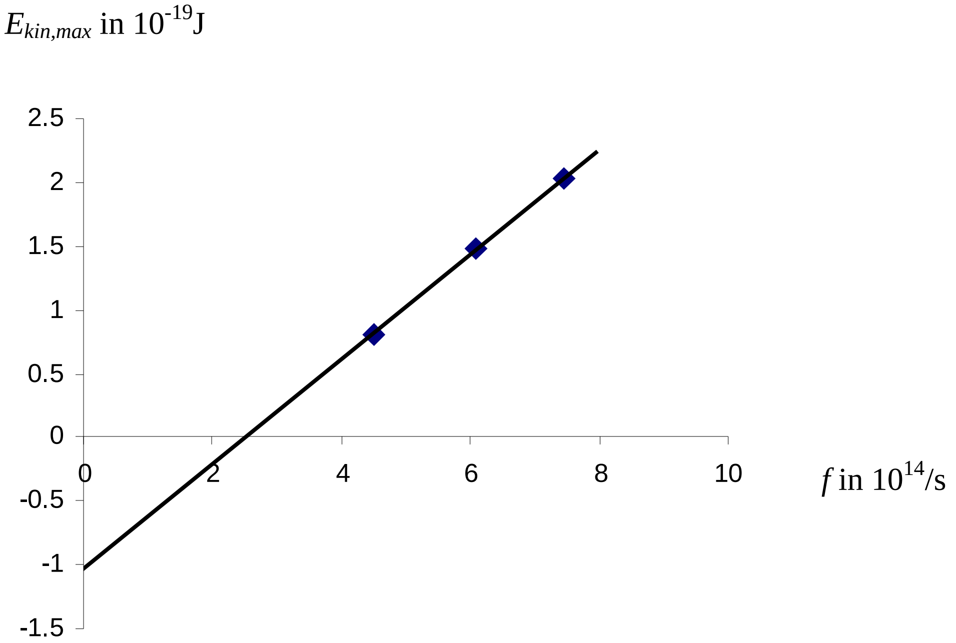
mit $I(0) = \tilde{I} + \dfrac{U_Q}{R} = 0 \Rightarrow \tilde{I} = -\dfrac{U_Q}{R}$ ergibt sich als Lösung: $I(t) = \dfrac{U_Q}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}\cdot t})$



Aufgabe 6 (10 Punkte): Wellen- und Teilchenaspekt von Licht und Materie

a)

λ in nm	667.8	492.2	402.6
f in 1/s	$4.492\cdot10^{14}$	$6.095\cdot10^{14}$	$7.452\cdot10^{14}$
$E_{kin,max}$ in J	$1.296\cdot10^{-19}$	$2.368\cdot10^{-19}$	$3.248\cdot10^{-19}$



Es entsteht eine Gerade gemäss der Einstein-Gleichung $E_{kin,\max} = h\cdot f - W_A$

- Achsenabschnitt auf der $E_{kin,\max}$-Achse: $W_A = 1.66\cdot10^{-19}\,\text{J}$ entspricht der Ablösearbeit des Metalls
- Achsenabschnitt auf der f-Achse: $f_{Grenz} = 2.52\cdot10^{14}\,\frac{1}{\text{s}}$ entspricht der Grenzfrequenz für die Auslösung von Fotoelektronen
- Steigung: $\frac{\Delta E}{\Delta f} = 6.60\cdot10^{-34}\,\text{Js}$ entspricht der Planckschen Konstante h (Berechnung mit beliebigen Wertepaaren aus Graphik)

b) $\lambda = \frac{h}{p}$

$$E_{gesamt} = e\cdot U + E_0 = \sqrt{E_0^2 + p^2c^2}$$

$$\Rightarrow p = \sqrt{\frac{(e\cdot U + E_0)^2 - E_0^2}{c^2}}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h\cdot c}{\sqrt{(e\cdot U + E_0)^2 - E_0^2}} = 5.3\cdot10^{-12}\,\text{m}$$

Abstand benachbarter Interferenzstreifen a_1 am Schirm (Abstand l=35 cm):

$$\tan\alpha_1 = \frac{a_1}{l} \approx \sin\alpha_1 = \frac{\lambda}{g} \quad \text{(Kleinwinkelnäherung)}$$

$$\Rightarrow a_1 = l \cdot \frac{\lambda}{g} = 9.3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

c) Heisenbergsche Unschärferelation mit der Ortsunschärfe $\Delta x = 0.10\mathrm{mm}$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{h}{2\pi \cdot \Delta x} = 1.1 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$